



A



# ASSUNTOS<sup>8</sup> MATHEMATICOS

DEL CAPITAN  
D. SALVADOR ANTONIO  
DE HARO, Y SANTISTEVAN

*Que fue del Tercio de Lombardia en el Estado  
de Milan.*

Dividense en tres Tratados  
*Trigonometria Positiva, Arithmetica Especula  
tiva, y Geometria Practica.*

Los ofrece rendido  
AL EXCELENTISS. SEÑOR

DON LUIS  
DE LA CERDA, Y ARAGON,

*Duque de Medinaceli, Segorve, Cardona,  
Alcalá, &c. Virrey, y Capitan General  
del Reyno de Napoles, &c.*

— o s s o — o s s o —

EN NAPOLES M. DC. XCVII.

En la Nueva Imprenta de Domingo Antonio Parrino,  
Impressor de Camara de S. E. al Rincon de S. Cla-  
ra, enfrente al Jesus Nuevo.

Con Licencia de los Superiores.







*Excelentissimo Señor.*



*Señor.*



Liano, siguiendo à Platon, juzgò necesarias las Mathematicas al Arte Militar ; y con su exemplo hè servido treinta años aplicando el brazo al Real Servicio ; y en los Ocios la mente à aquella Ciencia . Confagro à V.E. en estas breves lineas los desve-

los de muchos años ; y si por mios fueran sombras , pintadas al olio del negro humo de la Estampa , por el nombre de V. E. se sollicitan la gloria de la luz publica . La Soberana inscripcion de este pequeño Libro es de Laureles , de Coronas , y de Reynos ; de Castilla , de Aragon , y de Francia ; en Origen , Sangre , y Herencia ; como tal està exempta de Rayos de Emulacion , que aun Jupiter respeta aquellas Reales Hojas , y la Embidia las que dora el glorioso Nombre de V. E. El Señor Rey DON ALONSO , por el Estudio de las Mathematicas llamado el SABIO , fue decimoquarto Abuelo de V. E. , y aun mas celebrado por Mecenas de Estudiosos , y Pro-

te-

rector de Desvalidos , pues les  
señalaba estipendios de su Real E-  
rario . Entre sus gloriosos De-  
scendientes es V. E. con debido  
Aplauso de la Fama , quien ò le  
excede, ò le còmpite ; y espero  
serà testimonio mi fortuna, si lo-  
gro, puesto à los pies de V. E.  
se digne dispensarme el mayor  
premio , que es permitirme el  
Nombre de

*Criado de V.E.*  
D.Salvador Antonio  
de Haro, y Santistevan.

*Imprimatur.*

**JO: ANDREAS SILIQUINUS  
VIC. GEN.**

**D. Januarius de Auria Can. Deputatus**

*Imprimatur.*

**ANDREAS REG.**

**Montecorvinus.**

I  
TRACTADO PRIMERO.  
**FABRICA**  
DEL  
INSTRUMENTO ,  
*Que llamaremos*  
**SEMICIRCULO**  
**UNIVERSAL.**



**S**E arà un compas de la misma forma, que lo es el de proporcion, con todas las linias rectas, divididas como lo representa la pierna de mano derecha *AO* se prolongara por derecho, (a) *otrotanto como ella*, (a) *14. del 1. de Euclides* fuere larga del centro *A* asta el punto *D*, de modo que la recta *AD* sea, *gual a la una, y a la otra AC, AB* [b] (b) *15. diff. del 1. de Euclid.* el centro *A* con el yntervalo de una de las tres *AC, AB, ò AD*. Agase el Semicirculo (c) *CBD*, dividase (c) *Por toda* en sus 180. grados, y cada grado en 60<sup>3</sup> minutos, esto es en 6. partecillas, que  
A ca-

2 *Traçado Primero.*

cada una representa 10. minutos  
(dándole al Instrumento la grandeza  
que es menester para esta división  
estando el Semicirculo *CBD* fixo  
su diametro *CD*. La otra pierna  
del Compas, que está a la mano sinis-  
tra, caminará con la estremidad *N*  
por toda la periferia unidamente  
con ella, para lo qual será en la mi-  
ma periferia desde el termino *C* a  
termino *D*, Un Canalillo adonde  
encaje la dicha estremidad *NB*, por  
el qual pase, como se á dicho, por to-  
da la periferia *CBD*, señalando en  
ella los grados, ò minutos, que fue-  
ren menester en las operaciones, que  
ocuran con el punto *B*, termino de  
la recta *AB*. Y las dichas lineas rectas  
*AB*, *AC* an de estar divididas en 10  
partes yguales, y cada parte en 10  
onzas, y cada onza en lamas menudas  
división, que se pudiere; las quales  
lineas rectas tambien lastiene el com-  
pas de proporcion, que se llaman re-  
ctas de partes yguales. Cō que lo que

esta

*Fabrica del Instrumento.* 3

asta aqui sea eho en el Instrumento representa un semicirculo  $CBD$ , que el punto  $A$  es centro del circulo de quien  $CBD$  es semicirulo,  $CD$  es diametro,  $AC$  es semidiametro y igual a las  $AB$ ,  $AD$ : agora encima de la pierna derecha  $AO$  desde el punto  $A$  al punto  $C$  agase un canalillo, ò caxa, que vèga paralela, y al mismo margè de la recta  $AC$ , que estè enbebida en el solido o marizo de la pierna  $AO$ . Eha con toda atencion, y puntualidad, de modo que la superficie de la dicha pierna estè lisa. Y à de ser la caxa, mas anha por dentro del solido de la pierna, que lo que se manifestare en su superficie despues se ara una regla  $FG$ , y igual à una de las rectas  $AC$ , ò  $AB$  dividida en las mismas partes y iguales. En el termino  $F$  de la dicha regla  $FG$ , se pondra un botoncillo, ò cosa tal, que entre muy ajustado por el punto  $C$  en la caxa  $AC$ . Examine por toda ella, de manera que se pueda poner el termino  $F$

#### 4 *Traçado Primeiro*

en qualquiera punto della division  
della *AC*, señalando en ella la que  
fuere menester, en las operaciones.  
Eho cētro en *F*, y con el yntervalo de  
la *FG*, agase otro Semicirculo *EGH*  
dividase de la misma manera, que se  
dividió el semicirculo *CBD*, y por  
ser la regla *FG* y igual a la recta *AC*, se-  
ran yguales los dos semicirculos

(d) *diff. x. del*  
*3. de Euclid.*

*EGH*, *CBD* (d) Este Semicirculo se  
a de tener en el semidiametro *FE*, de  
manera que el mismo movimiento,  
que iziere el punto *F* a de azer todo  
el semicirculo *EGH*, esto es, que tan-  
to quanto caminar el punto *F* acia  
el centro *A*, otrotanto a de caminar  
el semicirculo *EGH* acia el punto *D*,  
y así mismo quāto caminar el punto  
*F* acia el pūto *C*, otrotāto a de cami-  
nar el semicirculo *EGH* cuia el mis-  
mo pūto *C* siēpre por en cima del se-  
micirculo *CBD*, esto es llebando, ò  
trabendo la regla *FG*. Con su mismo  
movimiento, ò con sigo, todo el semi-  
circulo *EGH* este tendra [ como se a  
di.

*Fabrica del Instrumento.* 5

diho en el otro ) un canalillo por donde pase el termino  $G$  de la regla  $FG$  por toda la periferia  $EGH$ , señalando en ella los grados , ò minutos , que fueren menester ; de modo que estando el termino  $F$  firme en qualquiera punto de la recta  $AC$ . El otro termino  $G$  de la regla  $FG$  caminará por toda la periferia  $EGH$ , y cortará la recta  $AB$  en qualquiera punto  $I$  , conforme la operacion. Esto es , que conforme se obra- re se intersegaran las rectas  $AB$ ,  $FG$ . El punto  $F$  se considera centro de un circulo, de quien es semicirculo  $EGH$ , diametro  $EH$ , semidiametro  $FE$  y igual á  $FG$ , y á  $AC$ ; y en el semidiametro  $AD$  abra tambien una caja desde el punto  $A$  al punto  $D$  por donde pase el termino  $H$  del semicirculo  $EGH$  ajustando por el semidiametro  $AD$ , porque el semicirculo  $EGH$  no puede tener este semidiametro  $FH$ , por no poder pasar por el centro  $A$  del Instrumento . y para

A 3 obrar

obrar con el en las operaciones de la geometria practica se le pondra un pie a la parte de abaxo opuesto al punto *A*, como se le pone al quadrante. En el mismo centro *A* se le pondra un estraguardo, ò mira, que sean de alrededor; esto es, que estando firme el Instrumento, se pueda revolver para mirar à todas partes. En los terminos *C*, *B* de las rectas *AC*, *AB* en cada uno se pondra otro estraguardo firme. Se tendra eha a parte una busula acomodada, para ponerla quando fuesse menester en el mismo centro *A* en el lugar del estraguardo, que este tambien se podra quitar, y poner à su tiempo. Y se tendran echas a parte dos reglillas largas, lo que se quisiere a proporcion, dibididas en la misma forma, que las rectas *AC*, *AB*, ò *FG*, acomodadas para ponerlas quando sean menester, la una en el punto *C* perpendicular a la *AC*, y la otra en el punto *B* por derecho a la *AB*, que la division de la regla por  
de.

*Fabrica del Instrumento. 7*

derecho a la *AB* aga una linia recta y igualmente dividida. Echo este Instrumento puntualmente con los requisitos, que se à dicho, sera tan universal, que con el no se necesita de otro ninguno (excepto la esquadra, y un compas ordinario) para todas quantas operaciones se ofrezèren en la geometria practica, y architettura. Y con el, y una simple regla de proporcion, sin ningun jenero de tablas de senos, ni logaritimos, tangentes, y segates, se supatan, y resuelven todas quantas especies de triangulos puedan venir, y con ellos todo genero de figuras con tanta facilidad, y brevedad, como se vè en el siguiente tratado de mi trigonometria, escuchando en ella la prolixidad, y enfado de las tablas. Y porque todo quanto se ofrece asì en la geometria, como en la trigonometria, y architettura, se puede con solo este Instrumento resolver, le llamo Semicirculo universal. Y sera desde el centro *A*, asta el

punto *C* largo un piè, y medio geometrico, las partes del qual se entenderan por las siguientes definiciones.

*Definiciones del Semicirculo Universal.*

1. **E**L punto *A* se dira centro del Instrumento, porque lo es de un circulo, de quien *CBD* es semicirculo (a), y la *CD* es diametro, *AC* semidiametro (b)
2. El punto *F* se dira centro movil por la misma raçon, y porque se mueve caminando por la *AC*.
3. El Semicirculo *CBD* se dira fixo, porque este no se mueve.
4. La recta *AC* se dira fixa de partes yguales.
5. La recta *AB* se dira movil de partes, porque camina por toda la periferia, o semicirculo fixo.
6. La pierna *AO* del Instrumento se dira fixa, porque lo esta siempre en el termino del semicirculo fixo *CBD*.
7. La

(a) l. del 3.  
de Euclides.  
(b) diff. 16.  
y 17. del 1. de  
Euclides.

*' Fabrica del Instrumento. 9*

7 La otra pierna *AN* se dira mobil, porque camina al redor de la periferia fixa.

8 La regla *FG* se dira regla movable, porque camina su termino *F* por toda la recta fixa de partes *AC*, y el otro termino *G* camina por toda la periferia, ò semicirculo *EGH*.

9 El semicirculo *EGH* se dira mobil, porque camina con el mismo movimiento de su centro *F*; esto es, que segun camina el punto *F* por la recta fixa de partes *AC*, así tambien camina el semicirculo *EGH*.

10. El estraguardo, que està en el punto *A* se dira del centro.

11 El que està al punto *C* se dira estraguardo fixo.

12 El que està al punto *B* se dira mobil.

13 La regla, que se pone al punto *C* perpendicular a la *AC* se dira tangente.

14 La que se pone en el pñto *B* por derecho a la *AB* se dira segante.

15 Si

*Imprimatur.*

**JO: ANDREAS SILIQUINUS  
VIC. GEN.**

**D. Januarius de Auria Can. Deputatus**

*Imprimatur.*

**ANDREAS REG.**

**Montecorvinus**

TRACTADO PRIMERO.  
**FABRICA**  
 DEL  
 INSTRUMENTO ,  
*Que llamaremos*  
**SEMICIRCULO**  
**UNIVERSAL.**



SE arà un compas de la misma forma, que lo es el de proporcion, con todas las lineas rectas, divididas como lo representa la pierna de mano derecha  $AO$  se prolongara por derecho, (a) otrotanto como ella, (a) 14. del 1. de Euclides fuere larga del centro  $A$  asta el punto  $D$ , de modo que la recta  $AD$  sea, igual a la una, y a la otra  $AC, AB$  [b] (b) 15. diff. del 1. de Euclid. del centro  $A$  con el yntervalo de una de las tres  $AC, AB, \text{ o } AD$ . Agase el Semicirculo (c)  $CBD$ , dividase (c) Por toda en sus 180. grados, y cada grado en 60<sup>3</sup>. minutos, esto es en 6. particillas, que

A - ca-

2 *Tratado Primero.*

cada una representa 10. minutos ,  
(dándole al Instrumento la grandeça,  
que es menester para esta division.)  
estando el Semicirculo *CBD* fixo en  
su diametro *CD*. La otra pierna *AN*  
del Compas, que està a la mano sinie-  
stra, caminarà con la estremo-  
didad *NB* por toda la periferia unidamente,  
con ella, para lo qual sarà en la mis-  
ma periferia desde el termino *C* al  
termino *D*, Un Canalillo adonde,  
encaje la dicha estremo-  
didad *NB*, por  
el qual pase, como se à dicho, por to-  
da la periferia *CBD*, señalando en  
ella los grados, ò minutos, que fue-  
ren menester en las operaciones, que  
ocuran con el punto *B*, termino de  
la recta *AB*. Y las dichas lineas rectas  
*AB*, *AC* an de estar divididas en 100.  
partes yguales, y cada parte en 10.  
onzas, y cada onza en lamas menuda  
division, que se pudiere; las quales  
lineas rectas tambien lastiene el com-  
pas de proporcion, que se llaman re-  
ctas de partes yguales. Cõ que lo que  
asta

*Fabrica del Instrumento.* 3

asta aqui sea echo en el Instrumento representa un semicirculo  $CBD$ , que el punto  $A$  es centro del circulo de quien  $CBD$  es semicirulo,  $CD$  es diametro,  $AC$  es semidiametro y igual a las  $AB$ ,  $AD$ : agora encima de la pierna derecha  $AO$  desde el punto  $A$  al punto  $C$  agase un canalillo, ò caxa, que vèga paralela, y al mismo margè de la recta  $AC$ , que estè enbebida en el solido o marizo de la pierna  $AO$ . Eha con toda atencion, y puntualidad, de modo que la superficie de la diha pierna estè lisa. Y à de ser la caxa, mas anha por dentro del solido de la pierna, que lo que se manifestare en su superficie despues se ara una regla  $FG$ , y igual à una de las rectas  $AC$ , ò  $AB$  dividida en las mismas partes y iguales. En el termino  $F$  de la dicha regla  $FG$ , se pondra un botoncillo, ò cosa tal, que entre muy ajustado por el punto  $C$  en la caxa  $AC$ . camine por toda ella, de manera que se pueda poner el termino  $F$

#### 4 *Traçado Primero*

en qualquiera punto dela division, dela *AC*, señalando en ella la que fuere menester en las operaciones. Eho cétro en *F*, y con el yntervalo de la *FG*, agase otro Semicirculo *EGH* dididase de la misma manera, que se dididio el semicirculo *CBD*, y por ser la regla *FG* ygal a la recta *AC*, seran yguales los dos semicirculos

(d) *diff. x. del*  
*3. de Euclid.*

*EGH*, *CBD* (d) Este Semicirculo se a de tener en el semidiametro *FE*, de manera que el mismo movimiento, que iziere el punto *F* a de azer todo el semicirculo *EGH*, esto es, que tanto quanto caminare el punto *F* acia el centro *A*, otrotanto a de caminar el semicirculo *EGH* acia el punto *D*, y así mismo quãto caminare el punto *F* acia el pũto *C*, otrotãto a de caminar el semicirculo *EGH* cuia el mismo pũto *C* siẽpre por en cima del semicirculo *CBD*, esto es llebando, ò trabendo la regla *FG*. Con su mismo movimiento, ò con figo, todo el semicirculo *EGH* este tendra [ como se a di-

diho en el otro ) un canalillo por donde pase el termino  $G$  de la regla  $FG$  por toda la periferia  $EGH$ , señalando en ella los grados, ò minutos, que fueren menester; de modo que estando el termino  $F$  firme en qualquiera punto de la recta  $AC$ . El otro termino  $G$  de la regla  $FG$  caminará por toda la periferia  $EGH$ , y cortará la recta  $AB$  en qualquiera punto  $I$ , conforme la operacion. Esto es, que conforme se obra- re se intersegaran las rectas  $AB$ ,  $FG$ . El punto  $F$  se considera centro de un circulo, de quien es semicirculo  $EGH$ , diametro  $EH$ , semidiametro  $FE$  y igual á  $FG$ , y á  $AC$ , y en el semidiametro  $AD$  abra tambien una caxa desde el punto  $A$  al punto  $D$  por donde pase el termino  $H$  del semicirculo  $EGH$  ajustando por el semidiametro  $AD$ , porque el semicirculo  $EGH$  no puede tener este semidiametro  $FH$ , por no poder pasar por el centro  $A$  del Instrumento. y para

obrar con el en las operaciones de la geometria practica se le pondra un pie a la parte de abaxo opuesto al punto *A*, como se le pone al quadrante. En el mismo centro *A* se le pondra un estraguardo, ò mira, que sean de alrededor; esto es, que estando firme el Instrumento, se pueda revolver para mirar à todas partes. En los terminos *C*, *B* de las rectas *AC*, *AB* en cada uno se pondra otro estraguardo firme. Se tendra eha a parte una bula acomodada, para ponerla quando fuesse menester en el mismo centro *A* en el lugar del estraguardo, que este tambien se podra quitar, y poner à su tiempo. Y se tendran echas a parte dos reglillas largas, lo que se quisiere a proporcion, dibididas en la misma forma, que las rectas *AC*, *AB*, ò *FG* acomodadas para ponerlas quando sean menester, la una en el punto *C* perpendicular a la *AC*, y la otra en el punto *B* por derecho a la *AB*, que la division de la regla por de.

*Fabrica del Instrumento. 7*

derecho a la *AB* aga una linia recta y gualmente dividida. Echo este Instrumento puntualmente con los requisitos, que se à dicho, sera tan universal, que con el no se necesita de otro ninguno (excepto la esquadra, y un compas ordinario) para todas quantas operaciones se ofrezieren en la geometria practica, y architettura. Y con el, y una simple regla de proporcion, sin ningun jenero de tablas de senos, ni logaritimos, tangentes, y segates, se supatan, y resuelven todas quantas especies de triangulos puedan venir, y con ellos todo genero de figuras con tanta facilidad, y brevedad, como se vè en el siguiente tratado de mi trigonometria, escuchando en ella la prolixidad, y enfado de las tablas. Y porque todo quanto se ofrece asì en la geometria, como en la trigonometria, y architettura, se puede con solo este Instrumento resolver, le llamo Semicirculo universal. Y sera desde el centro *A*, asta el

**A 4 pun-**

punto *C* largo un piè, y medio geometrico, las partes del qual se entenderan por las siguientes definiciones.

*Definiciones del Semicirculo Universal.*

(a) l. 1. del 3.  
de Euclides.  
(b) diff. 16. y  
17. del 1. de  
Euclides.

1. **E**L punto *A* se dira centro del Instrumento, porque lo es de un circulo, de quien *CBD* es semicirculo (a), y la *CD* es diametro, *AC* semidiametro (b).
2. El punto *F* se dira centro movil por la misma raçon, y porque se mueve caminando por la *AC*.
3. El Semicirculo *CBD* se dira fixo, porque este no se mueve.
4. La recta *AC* se dira fixa de partes yguales.
5. La recta *AB* se dira movil de partes, porque camina por toda la periferia, o semicirculo fixo.
6. La pierna *AO* del Instrumento se dira fixa, porque lo esta siempre en el termino del semicirculo fixo *CBD*.
7. La

*' Fabrica del Instrumento. 9*

7 La otra pierna  $AN$  se dira mobil, porque camina al redor de la periferia fixa.

8 La regla  $FG$  se dira regla movable, porque camina su termino  $F$  por toda la recta fixa de partes  $AC$ , y el otro termino  $G$  camina por toda la periferia, ò semicirculo  $EGH$ .

9 El semicirculo  $EGH$  se dira mobil, porque camina con el mismo movimiento de su centro  $F$ ; esto es, que segun camina el punto  $F$  por la recta fixa de partes  $AC$ , así tambien camina el semicirculo  $EGH$ .

10. El estraguardo, que està en el punto  $A$  se dira del centro.

11 El que està al punto  $C$  se dira estraguardo fixo.

12 El que està al punto  $B$  se dira mobil.

13 La regla, que se pone al punto  $C$  perpendicular a la  $AC$  se dira tangente.

14 La que se pone en el pñto  $B$  por derecho a la  $AB$  se dira segante.

15 Si

10 *Traçado Primero.*

15 Si en la recta fixa  $AC$  se tomare alguna cantidad de sus partes, se tomara acia el centro  $A$ .

16 Si en la reta mobil  $AB$  se ubiere de tomar alguna cantidad de sus partes, se tomara acia el mismo centro  $A$ .

17 Si en la regla movable  $FG$  se ubiere de tomar alguna cantidad de sus partes, se tomara acia el centro  $F$ .

18 Quando se dice, que se tome en la periferia fixa  $CBD$  alguna cantidad de grados, esto es algun angulo, se tomara acia el pũto, ò termino  $C$ .

19 Quando se dice, que en la periferia mobil  $EGH$  se tome alguna cãtidad de grados, esto es algun angulo, se tomara acia el pũto, ò termino  $H$ .

20 La cantidad de grados, que se tomare, ò angulo, assi en la periferia fixa  $CBD$ , como en la mobil  $EGH$  se llamara arco, pues aquella cantidad de grados, ò aquel angulo, que se tomare, es arco, ò porcion de aquella periferia donde se toma.

II

# TRIGONOMETRIA

## POSITIVA

*Uso, y práctica del Semicirculo universal en la Trigonometria.*

Resolber, y suputar los triangulos, retriangulos retelinios en el modo, que vinieren.

*En el triangulo retriangulo siendo conocida la yputenosa, y uno de sus angulos acutos, allar los lados, y el restante angulo aguto.*

### *Problema I.*

**E**N el triangulo retriangulo retelinio  $ABC$  sea la yputenosa  $AC$  pies 150: y el angulo aguto  $ACB$  grados 36. minutos 52. es menester saber las cantidades de los lados  $BC$ ,  $AB$ , y el angulo aguto  $BAC$ .

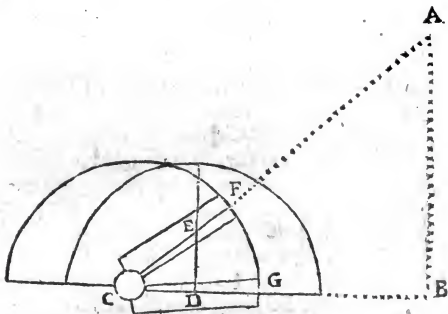
En

En qualquiera triangulo retriangulo, si es conocido uno de sus angulos agudos, tambien lo es el otro, pues quitando el angulo agudo conocido de un angulo recto, queda el restante angulo agudo conocido (a) el angulo agudo  $BAC$  es gra. 53. mi. 8.

(a) 32. del 1. de  
Euclides.

Se tomara en el Instrumento uno de los angulos agudos, sea  $ACB$  deste modo, abrafe el Instrumento tanto quanto reciba entre las retas fixa, y mobil, de partes en la periferia fixa, un arco  $FG$  de gra. 36. mi. 52. quanto es la grandeça del angulo  $ACB$ , que decimos se toma, dejese el Instrumento en esta abertura; y porque es conocida la ipotenusas  $AC$ , tomese en la recta mobil de partes una qualquiera cantidad  $CE$ , partes 5. de su division, pongase la regla movable perpendicular a la recta fixa de partes (b) en el punto  $D$ , de manera que corte, ò se intersege con la recta mobil de partes en el punto  $E$ . Se formara en el Instrumento el

(b) 11. del 1. de  
Euclides.



el triangulo rectángulo  $CDE$ , en el qual se pone la yputenosa  $CE$  partes 5. dará los lados  $DC$ , partes 4.  $DE$  partes 3. de las de su division; y será el dicho triangulo rectángulo  $CDE$  equiángulo al propuesto  $ABC$  (c), (c) 4. del 6.º de Euclides: porque el angulo  $CDE$  se pone igual al angulo  $ABC$  (d) que sea constituido recto, como lo es el dicho angulo  $ABC$ , (d) 23. del 1.º de Euclides.

14 *Traetado Primero.*

(e) 13. del 1. de  
Euclides.

(f) 32. del 1. de  
Euclides.

(g) 4. del 6. de  
Euclides.

*ABC*, porque la recta *DE* está perpẽ-  
dicular encima de la recta fixa de  
partes, esto es en el lado *CD* (e) pues  
el angulo *CDE* es reto, y se mani-  
fiesta, porque recibe un arco de gra.  
90. en la periferia mobil. El angulo  
*ECD* es comun a los dos triangulos  
*ABC*, *EDC*, quedara el angulo *DEC*  
igual al angulo *BAC* (f) los lados al  
redor de los angulos iguales son pro-  
porcionales (g) será como *CE* partes  
5. a *AC* pies 150. así *CD* partes 4. a  
*CB*, y como *CE* 5. a *AC* 150. así *DE*  
partes 3. a *AB*, vendrán por los la-  
dos *BC* pies 120. *AB* pies 90.

*En el triangulo rectr angulo retilinio ;  
siendo conocido uno de sus angulos  
atutos , y uno de los lados , que con-  
tienen el angulo recto, conocer la ipe-  
tenosa, el restante lado , y el otro an-  
gulo acuto.*

*Problema II.*

**E**N el triãgulo rectr angulo *ABC*  
el angulo acuto *ACB* sea gra.  
36.

*Trigonometria Positiva.* 15

36.m.52.y el lado  $BC$  pies 120.es me-  
nester conocer la iputenosa  $AC$  el la-  
do  $AB$ , y el otro angulo acuto  $BAC$ ,  
que restando el conocido  $ACB$  de  
un angulo recto, tendremos el angu-  
lo  $BAC$  gra.53.m.8. (a)

(a) 2. del 1. de  
*Euclides.*

Tomese en el Instrumento el an-  
gulo acuto  $ABC$ , como se à dicho en  
la antecedente; dejese en aquella  
abertura, porque es conocido el lado  
 $BC$ ; tomese en la recta fixa de partes  
una qualquiera cantidad  $CD$  partes  
4.de su division, pongase la regla  
movible en el punto  $D$  perpendicu-  
lar a la recta fixa de partes (b) se in-  
tersegara con la reta mobil de par-  
tes en el punto  $E$ , y quedara forma-  
do en el Instrumento el triangulo  
retrangulo  $CDE$ , en el qual el lado  
 $CD$  se pone partes 4. dara el lado  
 $ED$  partes 3. y la iputenosa  $CE$  par-  
tes 5. y el dicho triangulo sera equi-  
angulo al propuesto  $ABC$ , por lo que  
en la antecedente se à demostrado (c)  
Sera como  $CD$  partes 4. a  $BC$  pies 120;

(b) 11. del 1. de  
*Euclides.*

(c) 4. del 6. de  
*Euclides.*

asì

así *DE* partes 3. a *AB*, y como *CD* partes 4. a *BC* pies 120. así la iputenosa *CE* partes 5. a la iputenosa *AC* tendremos por el lado *AB* pies 90. y por la yputenosa *AC* pies 150.

*En el triangulo reñtrángulo retilinio, siendo conocido uno de sus angulos agutos, y uno de los lados, que contienen el angulo reñto, allar la iputenosa, el restante lado, y el otro angulo aguto.*

### *Problema III.*

**E**N el triangulo reñtrángulo *ABC* sea el angulo *ACB* gra. 36. m. 52. y el lado *AB* pies 90. es menester conocer la iputenosa *AC*, y el angulo aguto *BAC*, que por lo que arriba se à dicho, será conocido de gra. 53. m. 8. (a)

(a) 32. del 1. de  
*Euclides.*

Tomese en el Instrumento el angulo aguto *ACB*, como en la Problema primera se à dicho; dejese el Instrumento.

*Trigonometria Positiva.* 17

Instrumento en aquella abertura; por-  
es conocido el lado  $AB$ . tomese  
la regla movable una qualquiera  
tidad  $DE$  partes 3. de su division,  
ngase perpendicular a la recta  
de partes, en el punto  $D$ , de  
nera que se intersege con la re-  
mobil de partes en el punto  $E$ ,  
dara formado en el Instrumen-  
el triangulo retringulo  $ECD$ , en  
ual el lado  $DE$  se pone partes 3:  
a la iputenosa  $CE$  partes 5. el la-  
 $CD$  partes 4. y sera el diho trian-  
o equiangulo al propuesto  $ACB$ ,  
lo que se a demonstrado en la  
blema pri. (b) sera como  $DE$   
tes 3. a  $AB$  pies 90. asi la ipu-  
osa  $CE$  partes 5. a la iputenosa  
, y como  $DE$  3. a  $AB$  90. asi  $CD$   
tes 4. a  $BC$ , tendremos por la y-  
enosa  $AC$  pies 150. y por el lado  
pies 120.

(b) 4. del 6.<sup>do</sup>.  
*Euclides.*

**B**

**Nel**

*En el triangulo reſtriangulo retilinio, ſiendo conocida la iputenofa, y uno de los lados, que contienen el angulo reſto, conocer los angulos acutos, y el reſtante lado.*

*Problema IV.*

**E**N el triangulo reſtriángulo *ABC*. ſiendo conocida la yputenofa *AC* pies 150. y el lado *BC*. pies 120. es menefter conocer los angulos acutos *BAC*. *ACB*. y el lado *AB*, eſte lado ſe allara quitando el quadrado del lado *BC* del quadrado de la yputenofa *AC* la raiſ quadrada de lo que quedare ſera la cantidad del lado *AB*. (a) eſto es pies 90.

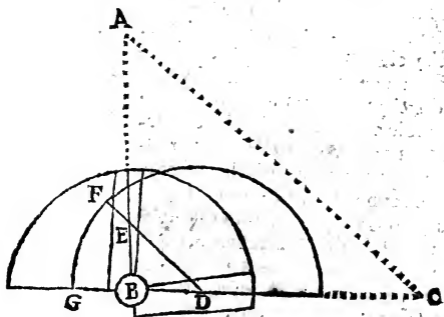
(a) 47. de I. de *Euclides*.

Tomaſe en el Inſtrumento el angulo recto *ABC*, abriendole tanto quanto reciba entre las rectas fixa, y mobil de partes, en la periferia fixa un arco de gra. 90. eſto es la can-

*Trigonometria Positiva.* 19

cantidad de un angulo recto, dejese el Instrumento en esta abertura.

Porque es conocida la iputenosa  $AC$ . y el lado  $BC$ . Tomase en la recta fixa de partes una qualquiera cantidad  $BD$  partes 4. tomese en la regla movable otra cantidad  $DE$ , de manera que este con la  $BD$ . en la misma proporcion, que esta la iputenosa  $AC$ . con el lado  $BC$ . sera  $DE$  partes 5. pongase la regla movable en el punto  $D$ , inclinese asta tanto, que se intersiga con la recta mobil de partes en el punto  $E$ , que dara formado en el Instrumento el triangulo rectangulo  $BDE$ , digo ser equiangulo al triangulo rectangulo propuesto  $ABC$ , porque en el triangulo rectangulo  $BDE$  se an puesto los lados  $BD$ ,  $DE$  proporcionales a los lados  $BC$ ,  $AC$  del triangulo rectangulo  $ABC$  el angulo  $BED$ , sera igual al angulo  $BAC$ , porque el lado  $BD$  es proporcional al lado  $BC$  opue (b) 5. del 6. de  
stos a los angulos  $BED$ ,  $BAC$  (b) el *Euclides.*



(c) 32. del 1. de  
Euclides.

angulo  $EBD$  es comun , y es recto ,  
quedara el angulo  $BDE$  igual al an-  
gulo  $ACB$  (c) , pero el Instrumento  
nos representa conocida la cãtidad,  
ò grandezã del angulo  $BDE$  en el  
arco  $FG$  , que toma de la periferia  
mobil , que esaminando su divisi on,  
allaremos ser ( supongo ) de gra. 36.  
mi. 52. luego si en qualquiera trian-  
gu-

*Trigonometria Positiva.* 21

gulo rectángulo conocido uno de sus ángulos agudos. Se conoce también el otro ángulo agudo. Será el ángulo  $BED$  gra. 53. min. 8. y aviendo demostrado ser el triángulo  $BDE$  equiángulo al triángulo  $ABC$ , el ángulo  $ACB$  es igual al ángulo  $BDE$ , y el ángulo  $ABC$  es común, quedan iguales los ángulos  $BAC$ ,  $BED$ , será como  $BC$  a  $AC$ , así  $BD$  a  $DE$ , y como  $BC$  a  $BD$ , así  $AC$  a  $DE$ , y como  $AC$  a  $DE$ , así  $AB$  a  $EB$  serán pues y iguales los ángulos al redor de los lados proporcionales.

*En el triángulo rectángulo retilinio, conocidos los lados, que contienen el ángulo recto, conocer los ángulos agudos, y la hipotenusa.*

*Problema V.*

**E**N el triángulo rectángulo  $ABC$  sean conocidos los lados  $AB$  pies 90.  $BC$  pies 120. se an de cono-

$B$  ; cer



ger los angulos acutos  $ACB$ ,  $BAC$ , y la iputenosa  $AC$ , la raiz quadrada de la suma de los quadrados de los lados  $AB$ ,  $BC$  sera la cantidad de la yputenosa  $AC$ , esto es pies 150.

(a) 47. d 11. de *Euclides.* (a) tomese el angulo recto  $ABC$  (como se a dicho en la antecedente, y dejando el Instrumento en aquella abertura, porque son conocidos los lados  $AB$ ,  $BC$ . tomese una qualquiera cantidad  $BE$  partes 3. en la recta mobil de partes (tambien se puede tomar en la fixa si se quisiere) tomese en la diha recta fixa de partes otra cantidad  $BD$ , que este con la  $BE$  en la misma proporcion, que està el lado  $BC$  con el lado  $AB$ , sera  $BD$  partes 4. pongase la regla movable en el punto  $D$ , inclinese asta tanto, que se intersege con la recta mobil de partes en el punto  $E$ , que dara formado en el Instrumento el triangulo rectangulo  $BDE$ , digo, que es equiangulo al triangulo propuesto  $ABC$ , porque en el triangulo rectángulo-

*Trigonometria Positiva.* 23

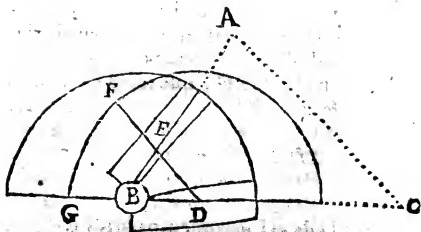
gulo  $BDE$  se an puesto los lados  $BD$   $BE$ , que contienen el angulo recto,  $EBD$ , proporcionales a los lados  $AB$   $BC$ , que tambien contienen el angulo recto  $ABC$  comun. Los angulos opuestos a los lados (b) 6. del 6. de *Euclides* proporcionales, son iguales (b) pues si el lado  $BC$  es proporcional al lado  $BD$  el angulo  $BAC$  es igual al angulo  $BED$ , y el lado  $AB$  es proporcional al lado  $BE$  tambien el angulo  $ACB$  es igual al angulo  $BDE$ , y este angulo nos lo representa el Instrumento conocido en la periferia mobil en el arco  $FG$ , que toma en ella [que supongo sean gra. 36. m. 52.] y aviendose demostrado ser el triangulo  $BDE$  equiangulo al triangulo  $ABC$ , el angulo  $ACB$  sera igual al angulo  $EDB$ , el angulo recto  $ABC$  es comun, que da el angulo  $BAC$  igual al angulo  $BED$ .

*Resolver, y suputar los triangulos obliquangulos retilinios, y primeramente de los acutiangulos. Enel triangulo acutiangulo siendo conocidos dos lados, y el angulo contenido, conocer los otros dos angulos, y el restante lado.*

*Problema VI.*

**E**N el triangulo acutiangulo *ABC* se an conocidos los lados *AB* pies 120. *BC* pies 180. y el angulo contenido *ABC* gra. 55. mi. 46. es menester allar los âgulos *BAC*, *ACB* y el restante lado *AC*. Tomese el angulo conocido *ABC* en el Instrumento, come se à diho en la problema primera, y dejandole enaquella abertura, porque son conocidos los lados *AB*, *BC*, en una de las rectas de partes sea en la recta fixa, tomese una qualquiera quantidad *BD* partes 6. y en la recta mobil de partes  
to-

## Trigonometria Positiva. 9



tomefe otra cantidad  $BE$ , que este con la  $BD$  en la misma proporcion, que esta el lado  $AB$  con el lado  $BC$ , fera  $BE$  partes 4. pongase la regla movable en la recta fixa de partes en el punto en ella  $D$ , inclínase en cima de la recta mobil de partes asta que se intersiege con ella en el punto  $E$ , que dara formado en el Instru-

(a) 6. del 6.  
de Euclides

(b) 32. del  
I. de Euclides.

strumento el triangulo acutiangulo  $BDE$ , que por lo que en la antecedente se à demonstrado, sera equi-  
angulo al triangulo  $ABC$  (a) pues el angulo  $ACB$  es igual al angulo  $BDE$  el angulo  $ABC$  es comun sera el angulo  $BAC$  igual al  $BED$  (b) y el Instrumento nos representa en el triangulo  $BDE$ , conocido el angulo  $BDE$  en el arco  $FG$ , que toma de la periferia mobil. Supongo sea de gra. 41. mi. 25. si la suma de los dos angulos  $EBD$ ,  $BDE$ , se quita de dos angulos rectos, que dara conocido el angulo  $BED$  gra. 82. mi. 49. y la  $ED$  tambien la da el Instrumento partes 5. y sera como  $AB$  a  $BC$ , asi  $BE$  a  $BD$ , y como  $BD$  partes 6. a  $BC$  pies 180. asi  $DE$  partes 5. a  $AC$ , que vendran pies 150. por esa  $AC$ .

En

*En el triangulo acutiangulo siendo conocidos dos lados y un angulo opu esto a uno de los lados conocidos allar los otros dos angulos , y el restante lado.*

*Problema VII.*

**E**N el triangulo acutiángulo *ABC* sean conocidos los lados *CA* pies 150. *BC* pies 180. y el angulo *ABC* gra. 55. mi. 46. opuesto al lado *AC*. tomese el angulo conocido *ABC* (como en la problema 1:) por que los lados conocidos, son *AC CB* , tomese en la recta fixa de partes, ò en la regla movable . Sea en la recta fixa de partes, una qualquiera cantidad *BD* partes 6. Tomese en la regla movable otra cantidad *DE*, que este con la *BD* en la misma proporcion, que està el lado *AC* con el lado *BC*, sera la *ED* partes 5. pongase la regla movable en el punto *D* inclinese  
 asta

asta tanto, que se interfige con la recta mobil de partes en el punto *E*, que dara formado en el Instrumento el triangulo *BDE* equiangulo al propuesto *ABC* por la demonstracion dela problema 6. que obrando, como en ella se a diho se allara lo que en esta se busca.

*En el triangulo acutiangulo siendo conocido dos angulos, y un lado conocer los otros lados, y el restante angulo.*

*Problema VIII.*

**E**N el triangulo acutiangulo *ABC* sean conocidos los angulos *ACB* gra. 41. mi. 25. *ABC* gra. 55. mi. 46. y el lado *BC* pies 180. se an de conocer los lados *AC*, *AB*, y el angulo *BAC*. este angulo se conocera quitando de dos angulos rectos, esto es de gra. 180. la suma de los dos angulos conocidos, lo que quedare sera la cantidad del restante angulo *BAC* (a) en

(a) 32. del 1  
de Euclid.

*Trigonometria Positiva.* 29

en este exemplo , de gra.82. m. 49.

Se tomara uno de los tres angulos en el Instrumento , como se a diho en la problema primera . Sea el angulo  $ABC$  , y dejandole en aquella abertura . Porque el lado conocido es  $BC$  , tomese en la recta fixa de

partes una qualquiera cantidad  $BD$  partes 6. pongase la regla movable en el punto  $D$ , y esta se inclinara asta

tanto , que corte en la periferia mobil un arco  $FG$  de gra.41.m.25. quã-

to es la grandeza del angulo  $ACB$ , que dara formado en el Instrumento el triangulo  $BDE$  , en el qual el

angulo  $BDE$  se pone igual al angulo  $ACB$  (b) el angulo  $EBD$  es co-

mun, quedara el angulo  $BED$  igual al angulo  $BAC$ , con que el triangulo

$BDE$  es equiangulo al triangulo  $ABC$  (c) pues los lados  $BE$  partes 4.

$ED$  partes 5. que nos da el Instrumento en su division , del triangulo

$BDE$  son proporcionales a los lados  $AB$  ,  $AC$  del triangulo propuesto

$ABC$

(b) 23. del 1.  
de Euclides

(c) 6. del 6.  
de Euclid.

(d) 5. del 6  
de Euclides

*ABC* (d) y el lado, que se tomò *BD* partes 6. es proporcional tambien al lado conocido *BC* (e) omologo. Sera como *BD* partes 6. à *BC* pies 180. así *DE* partes 5. à *AC*, y como *BD* 6. a *BC* 180. así *BE* partes 4. a *AB*, tendremos por esas *AC* pies 150. *AB* pies 120.

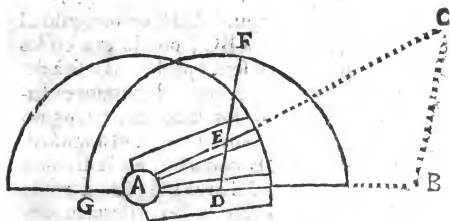
(e) 4. del 6.  
de Euclides

*En qualquiera triangulo otusiangulo siendo conocidos dos lados, y el angulo contenido, allar los otros angulos, y restante lado.*

### *Problema IX.*

**E**N el triangulo otusiangulo *ABC* se an conocidos los lados *AC* pies 400. *AB* pies 320. y el angulo contenido *CAB* gra. 22. mi. 20. es menester conocer los angulos *ABC*, *ACB*, y el restante lado *BC* tomese el angulo conocido *BAC* en el Instrumento (como sea diho en la problema primera) y dejandole en

en



en aquella abertura, por que los lados conocidos son AC, AB en una de las rectas de partes sea en la fixa. Tomefe una qualquiera cantidad AD partes 8. y en la recta mobil de partes tomefe otra cãtidad AE, que este cõ la AD en la misma proporciõ que esta el lado AC con el lado AB, fera AE partes 10. pongafe la regla movable en el pũto D, y acomodese de modo, que se interfiege con la recta

32 *Traçado primero.*

(?) 32. del  
a. Euclides.

Esta mobil de partes en el punto E, que dara en el Instrumento formado el triangulo ADE equiangulo al triangulo ABC, por lo que en las primera, y sexta problemas se à demostrado, porque dandonos el Instrumento los lados del triangulo ADE en su division, y el angulo obtuso ADE conocido en la division de grados del arco FG, que corta la regla movable en la periferia mobil; y siendo conocidos en qualquiera triangulo dos angulos (*a*) es conocido el restante. Pues supongo sea el angulo ADE gra. 108. m. 12. esto es el arco FG sera el angulo AED gra. 49. m. 28. y es igual el angulo ABC al angulo ADE, y el ACB al AED: por las dihas demostraciones. Sera como AD partes 8. a BD pies 320. asi DE, que sera partes 4. a la BC para la qual vendran pies 160.

**En**





*En el triangulo otusiangulo siendo conocidos dos lados, y un angulo opuesto a uno de los lados conocidos, allar los otros dos angulos, y el restante lado.*

*Problema X.*

**E**N el triangulo otusiángulo ABC siendo conocidos dos lados BC pies 160. AC pies 400. y el angulo BAC gra. 22.m. 20. es menester allar los angulos ABC, ACB, y el restante lado AB. Tomese como se a diho, el angulo conocido BAC en el Instrumento, , y dejandole en aquella abertura, porque los lados conocidos son AC, CB. Tomese en la recta mobil de partes una qualquiera, cantidad AE partes 10. y en la regla movable tomese otra cantidad DE, que este con la AE en la misma proporcion, que esta el lado CB con el lado AC sera esa DE partes 4. pō-  
C ga-

gase la regla movable en el punto *D*, de manera que se interseguen la diha regla movable, y la recta fixa de partes en el punto *E*, que dara formado en el Instrumento el triangulo otusiangulo *ADE* equiangulo al triangulo propuesto *ABC* por las demonstraciones delas problemas 1. y 6. y figiendo lo que se a diho en la antecedente, se allaran los angulos *ABC* gra. 108. mi. 12. *ACB* gra. 49. mi. 28. y el restante lado *AB* pies 320.

*En el triangulo otusiangulo siendo conocidos dos angulos, y un lado, allar los otros lados, y el restante angulo.*

*Problema XI.*

**E**N el triangulo otusiangulo *ABC* siendo conocidos los angulos *BAC* gra. 22. mi. 20. *ABC* gra. 108. mi. 12. y el lado *AC* pies 400. es menester allar los lados *AB, BC*, y el restante angulo *ACB*. Siendo dos los

an-

*Trigonometria Positiva.* 35

angulos conocidos  $BAC$ .  $ABC$ , lo sera tambien el restante  $ACB$ . gra. 49. mi. 28. (a) Tomefe en el Instrumento uno de los rres angulos, sea el  $BAC$ , como se dixo en la 1. probl. dejese en esta abertura el Instrumẽto, porque es conocido el lado  $AC$ . tomefe en la recta mobil de partes qualquiera cantidad  $AE$  partes 10. pongase la regla movable en el punto  $D$ , de modo que se interfiere con la recta mobil de partes en el punto  $E$ , y corte en la periferia mobil un arco  $FG$  de gra. 108. mi. 12. quanto es el angulo  $ABC$ , que dara formado en el Instrumento el triangulo  $ADE$ , en el qual allaremos representadas las cantidades de sus lados  $AD$  partes 8.  $DE$  partes 4. y dos angulos  $EAD$   $ADE$ , y conocido el otro angulo  $AED$ , este triangulo es equiangulo al triangulo propuesto  $ABC$  por la demonstracion de la problema 8. y obrando, como se a diho en la misma problema, se allara ser los lados  $AB$  pies

(a) 32. del de Euclides.

320. *BC* pies 160. Estas tres ultimas problemas no dicieren nada de las tres 6. 7. y 8. pero sean puesto estos dos especies de triangulos suputados con esta distincion , para mayor claridad .

# Y se advierte, que en las rectas de partes, y regla movable siempre se ande tomar por construccion la cantidad, ò cantidades en aquella , ò aquellas , que corresponden al lado, ò lados conocidos del triangulo propuesto . Esto es, que los lados, que se toman del triangulo , que se forma en el Instrumento . Sean omologos a los conocidos del triangulo propuesto, como se vè en los antecedentes exemplos.

*En qualquiera género de triangulos retilinios siendo conocidos los tres lados, allar sus angulos.*

*Problema XII.*

**E**N el triangulo obtusiangulo  $ABC$  sean conocidos los tres lados  $AC$  pies 400.  $AB$  pies 320. y  $BC$  pies 160. es menester conocer los angulos. Tomese en la regla movable una qualquiera cantidad  $DE$  partes 4. y en cadauna de las rectas de partes, tomese una cantidad en la recta fixa  $AD$ , de modo que esté con la  $DE$  en la misma proporcion, que está el lado  $AB$  con el lado  $BC$ , y en la mobil  $AE$ , que esté con la  $ED$  en la misma proporcion, que está el lado  $AC$  con el lado  $CB$ . Seran  $AD$  partes 8.  $AE$  partes 10. destas tres cantidades  $AE$ ,  $AD$ ,  $DE$  formese en el Instrumento el triangulo  $ADE$  (a) el qual será equiangulo al trian-  
(a) 22. del 2 de Euclid.

C      3      gu-

- (b) 5. del 6. de Euclides. gulo  $ABC$  (b) porque siendo sus lados proporcionales à los lados del triangulo propuesto  $ABC$ , serán los angulos, que estã opuestos a los lados proporcionales, iguales (c) esto es, aquellos angulos opuestos a los lados omologos (d) pero el Instrumento nos representa conocidos en el triangulo  $ADE$ , los angulos  $EAD$ ,  $ADE$ , el angulo  $EAD$  toma en la periferia, fixa un arco, que en su division manifiesta la cantidad del angulo  $EAD$  gra. 22. mi. 20. y así mismo el angulo  $ADE$ . Toma en la periferia mobil un arco  $FG$ , que tambien manifiesta la cãtidad del angulo  $ADE$  gra. 108. mi. 12. y este es igual al angulo  $ABC$ . el angulo  $EAD$  es comun, sera tambien el angulo  $AED$  igual al angulo  $ACB$  gra. 49. mi. 28. porque se an demostrado equiangulos los triangulos  $ADE$ ,  $ABC$ .
- (c) 32. del 1. de Euclides

Si en el propuesto triangulo fueren conocidos todos tres angulos, sin conocerse ningun lado. Se tomaran  
en

*Trigonometria Positiva.* 39

en el Instrumento dos angulos (como se a diho en la problema 11.) pues tomados dos angulos, que dará en el Instrumento formado el triangulo, que será equiangulo al triangulo propuesto, pero aunque los lados del un triangulo, sean proporcionales à los lados del otro cada uno a su omologo. Seran varias las proporciones. Segun los lados vinieren en el triangulo, que formara el Instrumento, que seran indeterminados, por no aver en el triangulo propuesto lado conocido, que determine la proporcion, que an de tener los lados.

# Con lo que asta aquí se a diho, que da demostrado, y bastantemente declarado el modo facil, y utilissimo para resolver, y suputar todos los generos de triangulos retilinios, esto es la Trigonometria plana. Sin necesidad de las tablas de senos, ò logaritimos. Escusando con este metodo su prolixidad, el trabajo, que con

ellas es menester para resolver los triangulos, y el grande estudio de, comprender la Trigonometria, que con tablas se executa, esta que por medio deste Instrumento. Con excesiva fatiga, y estudio è puesto en practica para uso, y resolution de mis operaciones. Manifiesto en este breve, y sucinto tractado. Y porque mi Instrumento no es limitado, si no universal para todo lo que con el se quisiere obrar, y porque para resolver los triangulos esfericos (siendo sus lados porciones de circulos, que se miden cõ grados) es preciso obrar con senos, que es la medida de ellos. Se mostrara en el siguiente problema, como se allaran estos representados en el Instrumento. Conociendo en una sola positura suia, el seno recto, su cumplimiento, sinoberso, tangente, su cumplimiento, y segante de qualquiera propuesto angulo, ~~o~~ arco del quadrante, ~~o~~ ~~seno~~ ~~o~~ ~~seno~~.

*Tan-*

Tambien en el semicirculo universal se pueden allar representados todos los arcos de qualquiera semicirculo. *Cuadrante*  
 Esto es los senos rectos de cumplimien-  
 to, senoversos, tangentes, y segantes.  
 cumplimiento de la tãgente de qual-  
 quiera angulo propuesto, formado en  
 qualquiera quadrante, ò semicirculo,  
 con una positura del instrumento.

Problema XIII.

Sea el angulo  $ABC$  gra. 55. mi. 46.  
 es menester allar su seno recto,  
 y de cumplimiento, su seno verso,  
 tangente, y segante, y el cumplimiẽ-  
 to de la segante. Todo en una posi-  
 tura, ò abertura del Instrumento re-  
 presentado, y conocido en el.

Primeramente se a de suponer,  
 que cadauna delas rectas fixa, y mo-  
 bil de partes, y la regla movable estẽ  
 divididas en 10000. particillas igua-  
 les, ò en mas, ò menos, las que se  
 quisiere. Abre-

Abrese el Instrumēto tanto quāto reciben las linias rectas, fixa, y mobil de partes en la periferia fixa, un arco  $AC$  de tantos grados, quantos tiene el angulo propuesto  $ABC$ . esto es de gra. 55. mi. 46. dejese el Instrumento en esta abertura, y pongase la regla movable perpendicular encima de la recta fixa de partes en el punto  $(a)$   $D$ , de modo que pase por el termino  $A$  de la recta mobil de partes, con el qual ella toca la periferia fixa en el mismo punto  $A$ , que darà formado en el Instrumento el triangulo rectangulo  $ABD$   $(b)$  en el qual se puso el angulo  $ABD$  igual al propuesto  $ABC$   $(c)$  de gra. 55. mi. 46. que se los dimos en el arco  $AC$  tomado en la periferia fixa.

Lebātese la linia recta infinita  $CF$ , perpendicular a la recta fixa de partes en el punto, ò termino de ella  $C$   $(d)$  que será paralela a la regla movable  $(e)$  tirese la recta infinita  $AG$   $(f)$  por derecho a la recta mobil de partes

$(a)$  11. del 1. de  
*Euclides.*

$(b)$  22. del 6. de  
*Euclides.*

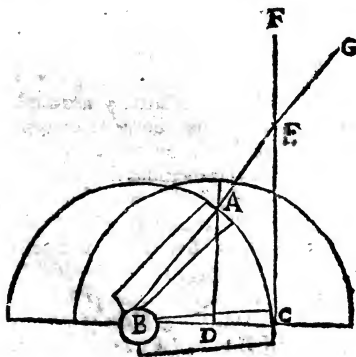
$(c)$  23. del 1. de  
*Euclides.*

$(d)$  28. del 3. de  
*Euclides.*

$(e)$  27. de 1. de  
*Euclides.*

$(f)$  por todo 1

tes  $AB$  (g) se intersegará con la recta (g) 14. del 1. de *Euclides*,  
 $FC$  en el punto  $E$ . y que dará con-  
 stituido en el Instrumento el trian-  
 gulo rectángulo  $BCE$ , equiángulo (h) 4. del 6. de  
 al triángulo  $ABD$  (b) porque los an- *Euclides*:  
 gulos  $ADB, BCE$  por construcción son  
 rectos. el ángulo  $ABD$  es común,  
 que da el ángulo  $BAD$  igual al an-  
 gulo  $BEC$  (i) y los lados al redor de (i) 32. del 1. de  
*Euclides*.



los

(1) 4. del 6. de  
Euclides.

(m) 2. del 6. de  
Euclides.

(n) 34. del 3. de  
Euclides.

(o) Escolio de la  
27. del 3. de Eu-  
clides.

los angulos iguales, son proporcio-  
nales<sup>(1)</sup> será como  $BD$  a  $BC$ , así  $AD$   
a  $CE$ , y como  $BD$  a  $BC$ , así  $AB$  a  $BE$   
la regla movable siendo paralela a la  
recta  $CE$  corta el triangulo retran-  
gulo  $BCE$  proporcionalmente<sup>(m)</sup> en  
los pñtos  $A$  y  $D$ , porque la recta  $AD$   
es paralela a un lado  $EC$  del triangu-  
lo  $BEC$ . Será como  $AB$  a  $AD$ , así  $EB$   
a  $EC$ . y como  $BD$  a  $BC$ , así  $AD$  a  $EC$ .  
La recta  $FC$ . será la que en las difini-  
ciones del Instrumento llamamos  
tangente. Y la  $AG$  segante, que pa-  
ra este caso se pondran en el, como  
en su fabrica se declaro. y nos dará  
el instrumēto representados en una  
misma positura, como muestra la  
figura, todas las medidas del propue-  
sto angulo  $ABC$ , esto es su grandeza  
en el arco  $AC$  gra. 55. mi. 46. <sup>(n)</sup> su se-  
no recto  $AD$  8267. <sup>(o)</sup> su seno de cū-  
plimiēto  $BD$  5625. su seno verso  $DC$   
4375. sera seno total  $AB$  10000. que  
no varia su tangente  $CE$  14697. y la  
segante  $BE$  17777. el cumplimiento  
de

de la tangente  $CE$  es  $BC$  10000.

Con advertēcia , que la recta  $CF$  es la que diximos en la difinicion, 13.1er tangente, y la recta  $AG$ ; esto es  $BG$  diximos en la definicion 14. esto es  $BG$  ser segante , las quales estaran divididas cōforme las otras linias rectas del Instrumento.

Con que sin tablas, y sin tomar la pluma , ni operacion ninguna se allā todas las medidas de qualquiera propuesto angulo . En sola la positura del Instrumento , dando nos las conocidas su division , y porque dicha positura nos manifiesta aparente lo que se desea para resolber qualquiera genero de triangulo, doi nombre, y llamo a mi trigonometria positiva, inventada, y traída a este fin con metodo tan facil , y breve , para que con poco estudio , y sin trabajo se aplique no solo a la inteligencia deste arte . Sino a la de tan nobles facultades ( que con el se facilitan ) de la arquitectura , y geometria practica. los quales lucen tanto en un Caba-

lle-

llero, quanto aprovechan a los que son militares. pues estas enseñan lo que es menester saber para acertar las disposiciones del belico exercicio ofensas, y defensas contra el Adversario.



TRA-

# TRATADO SEGUNDO

## ARITHMETICA

### ESPECULATIVA.

#### *Proposicion I.*

**B**Usquense dos cantidades, de modo que multiplicando la maior por la menor, sea el producto igual al quadrado de otra cantidad, que se dara conocida, y que esta cantidad conocida, tenga la misma proporcion, con la maior, que tiene la menor con la misma cantidad conocida.

Agante las operaciones analiticas, conforme pide la proposicion, resuelta la igualacion. Vendra alulti-

mo este canon,  $x = R \cdot \frac{1}{4} aa + aa - \frac{1}{2} a$ ,

Supongase, que la cantidad que se dio conocida sea 7. por la cifra del

Canon se allara ser la menor cantidad de las dos que se piden,  $R \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

la maior sera la suma desta cantidad menor, y la que se dio conocida, que

D

Jun-

escrito este, y el siguiente tratado, para en señar, perteniciendo el Juicio de estas materias, a matematicos, capaces, y entendidos en esta ciencia, tengo por superfluo, dilatar me en las operaciones analiticas, que resuelven semejantes questiones, como son las que figen, y otras que con el mismo metodo sepuiden proponer, suponiendo ande ser manifestas dihas operaciones, al academico que mirare estas proposiciones, escusandole el enfado, y prolixidad, de repetir lo que tiene sabido, sepropondra solamente, lo que mui facilmente allara resuelto, su inteligencia.

*Proposición III.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que la suma de las dos tercera, y quarta sea  $R. 20. + 4.$  y multiplicado todas nueve cantidades unas por otras, el producto sea 512. (a) entendiéndose siempre que aquella cantidad, que

lla.

(a) r. *proposicion*  
d. *se.*

llamaremos primera, será la mayor, las de mas como figen asta la ultima, que será la menor. Esto es la nona, se allaran ser las dihas nueve cantidades prim. 7.  $\dagger$  R. 45. seg. R. 20.  $\dagger$  4. terc. 3.  $\dagger$  R. 5. quarta R. 5.  $\dagger$  1. quinta 2. sesta R. 5 - 1. sept. 3 - R. 5. otava R. 20 - 4. y nona 7 - R. 45. (b) (b) 12. del 5. de Euclides.

*Proposicion IV.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que restando la quinta de la quarta, sea la resta R. 45 - 3. y multiplicando la primera con la tercera, y el produto multiplicado por la quinta, lo que viniere multiplicado por la sesta. Y esto que viniere multiplicado por la septima, y vuelto a multiplicar lo que viniere por la nona. Y este produto multiplidado por la mitad de la quin. Sea el produto R. 24488801280 - 69984. (a) sean las cantidades 21.  $\dagger$  R. 405. prim. R. (a) 2. proposicion 180  $\dagger$  12. seg. 9.  $\dagger$  R. 45. tercero R. de ste. 45.  $\dagger$  3. quarta 6. quinta R. 45 - 3.

D 3 se.

escrito este, y el siguiente tratado, para en señar, perteniciendo el Juicio de estas materias, a matematicos, capaces, y entendidos en esta ciencia, tengo por superfluo, dilatar me en las operaciones analiticas, que resuelven semejantes questiones, como son las que siguen, y otras que con el mismo metodo se pueden proponer, suponiendo ande ser manifestas dichas operaciones, al academico que mirare estas proposiciones, escusandole el enfado, y prolixidad, de repetir lo que tiene sabido, se propondra solamente, lo que muy facilmente allara resuelto, su inteligencia.

*Proposición III.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que la suma de las dos tercera, y quarta sea  $R. 20. + 4.$  y multiplicado todas nueve cantidades unas por otras, el

(1) *t. proposición*  
2. *ste.*

producto sea 512. (a) entendiéndose siempre que aquella cantidad, que

lla.

llamaremos primera, será la mayor, las de mas como figen asta la ultima, que será la menor. Esto es la nona, se allaran ser las dihas nueve cantidades prim. 7.  $\div$  R. 45. seg. R. 20.  $\div$  4. terc. 3.  $\div$  R. 5. quarta R. 5.  $\div$  1. quinta 2. sexta R. 5 - 1. sept. 3.  $\div$  R. 5. octaba R. 20 - 4. y nona 7.  $\div$  R. 45. (b) <sup>(b) 12. del 3. de Euclides.</sup>

*Proposición IV.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que restando la quinta de la quarta, sea la resta R. 45 - 3. y multiplicando la primera con la tercera, y el producto multiplicado por la quinta, lo que viniere multiplicado por la sexta. Y esto que viniere multiplicado por la septima, y vuelto a multiplicar lo que viniere por la nona. Y este producto multiplicado por la mitad de la quin. Sea el producto R. 24488801280 - 69984. (a) sean las cantidades 21.  $\div$  R. 405. prim. R. 180  $\div$  12. seg. 9.  $\div$  R. 45. tercero R. 45.  $\div$  3. quarta 6. quinta R. 45 - 3.

D 3 se-

escrito este, y el siguiente tratado, para en señar, perteniciendo el Juicio de estas materias, a matematicos, capaces, y entendidos en esta ciencia, tengo por superfluo, dilatarme en las operaciones analiticas, que resuelven semejantes questiones, como son las que siguen, y otras que con el mismo metodo se pueden proponer, suponiendo ande ser manifestas dichas operaciones, al academico que mirare estas proposiciones, escusandole el enfado, y prolixidad, de repetir lo que tiene sabido, se propondra solamente, lo que muy facilmente allara resuelto, su inteligencia.

*Proposición III.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que la suma de las dos tercera, y quarta sea  $R. 20. + 4.$  y multiplicado todas nueve cantidades unas por otras, el

(1) *t. proposición*  
*4. fle.*

producto sea 512. (a) entendiendose siempre que aquella cantidad, que

lla.

llamaremos primera, será la mayor, las de mas como figen asta la ultima, que será la menor. Esto es la nona, se allaran ser las dihas nueve cantidades prim. 7.  $\div R. 45$ . seg.  $R. 20$ .  $\div 4$ . terc. 3.  $\div R. 5$ . quarta  $R. 5$ .  $\div 1$ . quinta 2. sexta  $R. 5 - 1$ . sept. 3.  $- R. 5$ . otava  $R. 20 - 4$ . y nona  $7 - R. 45$ . <sup>(b)</sup> <sup>(b)</sup> 12. del 5. de Euclides.

*Proposición IV.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que restando la quinta de la quarta, sea la resta  $R. 45 - 3$ . y multiplicando la primera con la tercera, y el produto multiplicado por la quinta, lo que viniere multiplicado por la sexta. Y esto que viniere multiplicado por la septima, y vuelto a multiplicar lo que viniere por la nona. Y este produto multiplicado por la mitad de la quin. Sea el produto  $R. 24488801280 - 69984$ . (a) sean las cantidades 21.  $\div R. 405$ . prim.  $R. (a) 2$ . seg. 9.  $\div R. 45$ . tercero  $R. 45$ .  $\div 3$ . quarta 6. quinta  $R. 45 - 3$ .

D 3 se.

escrito este, y el siguiente tratado, para en señar, perteniciendo el Juicio de estas materias, a matematicos, capaces, y entendidos en esta ciencia, tengo por superfluo, dilatar me en las operaciones analiticas, que resuelven semejantes questiones, como son las que siguen, y otras que con el mismo metodo sepuiden proponer, suponiendo ande ser manifestas dihas operaciones, al academico que mirare estas proposiciones, escusandole el enfado, y prolixidad, de repetir lo que tiene sabido, sepropondra solamente, lo que mui facilmente allara resuelto, su inteligencia.

*Proposición III.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que la suma de las dos tercera, y quarta sea  $R. 20. \div 4$ . y multiplicado todas nueve cantidades unas por otras, el producto sea  $512$ . (a) entendiendose siempre que aquella cantidad, que

lla.

(a) I. *proposicion*  
A. *se.*

llamaremos primera, será la mayor, las de mas como figen asta la ultima, que será la menor. Esto es la nona, se allaran ser las dihas nueve cantidades prim. 7.  $\div$  R. 45. seg. R. 20.  $\div$  4. terc. 3.  $\div$  R. 5. quarta R. 5.  $\div$  1. quinta 2. sexta R. 5 - 1. sept. 3 - R. 5. otava R. 20 - 4. y nona 7 - R. 45. (b) (b) 12. del 5. de Euclides.

*Proposicion IV.*

**B** Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que restando la quinta de la quarta, sea la resta R. 45 - 3. y multiplicando la primera con la tercera, y el producto multiplicado por la quinta, lo que viniere multiplicado por la sexta. Y esto que viniere multiplicado por la septima, y vuelto a multiplicar lo que viniere por la nona. Y este producto multiplicado por la mitad de la quin. Sea el producto R. 24488801280 - 69984. (a) sean las cantidades 21.  $\div$  R. 405. prim. R. (a) 2. proposicion 180  $\div$  12. seg. 9.  $\div$  R. 45. tercero R. deste. 45.  $\div$  3. quarta 6. quinta R. 45 - 3.

D 3 se.

llero, quanto aprovechan a los que  
son militares. pues estas enseñan lo  
que es menester saber para acertar  
las disposiciones del belico exercicio  
ofensas, y defensas contra el Adver-  
sario.



# TRATADO SEGUNDO

## ARITHMETICA

### ESPECULATIVA.

#### *Proposicion I.*

**B**Usquense dos cantidades, de modo que multiplicando la maior por la menor, sea el producto igual al quadrado de otra cantidad, que se dara conocida, y que esta cantidad conocida, tenga la misma proporcion, con la maior, que tiene la menor con la misma cantidad conocida.

Aganfe las operaciones analiticas, conforme pide la proposicion, resuelta la igualacion. Vendra al ultimo este canon,  $x = R \cdot \frac{1}{4} aa + aa - \frac{1}{2} a$ ,

Supongase, que la cantidad que se dio conocida sea 7. por la cifra del Canon se allara ser la menor cantidad de las dos que se piden,  $R \cdot \frac{49}{4} - \frac{7}{2}$ . la maior sera la suma desta cantidad menor, y la que se dio conocida, que

D

Jun-

Juntas componen  $R. \frac{245}{4} + \frac{7}{2}$  y esto es la maior cantidad, de las dos que se pien. Las quales tienen las propiedades, que se proponen. porque multiplicando la maior,  $R. \frac{245}{4} + \frac{7}{2}$  por la menor  $R. \frac{245}{4} - \frac{7}{2}$  el producto es igual al quadrado de la cantidad, que se puso conocida 7. (a) y la proporcion, que tiene esa cantidad 7. a la maior,  $R. \frac{245}{4} + \frac{7}{2}$  la misma proporcion tiene la menor  $R. \frac{245}{4} - \frac{7}{2}$  a la misma cantidad conocida 7. (b)

(a) 11. del 2. de Euclides.

(b) 3. definicion del 6. de Eucl.

*Proposicion II.*

**B**Usquense dos cantidades, de modo, que la maior multiplicada por vna dada cantidad conocida, el producto sea igual al quadrado de la menor. Y la proporcion que tiene la menor a la maior, la misma proporcion a de tener la cantidad conocida, a la menor.

Aganse

Aganse las operaciones analíticas conforme pide la proposición, y resuelta la igualación al último vendra

este Canon,  $x = R. \frac{1}{4} a a \div a a \div \frac{1}{2} a$ .

Supongase, que la cantidad conocida sea 5. por la cifra del Canon se allara ser la menor cantidad de las dos que se piden  $R. \frac{125}{4} \div \frac{5}{2}$ , aña diendo a esta cantidad, la que se pone conocida, 5. la suma sera  $\frac{15}{2} \div R. \frac{125}{4}$ , y esta sera la maior de las dos cantidades, que se piden, que tienen las propiedades, que se proponen, porque multiplicando la maior  $\frac{15}{2} \div R. \frac{125}{4}$  por la cantidad conocida 5. el producto es igual al quadrado

de la menor,  $R. \frac{125}{4} \div \frac{5}{2} (a)$  y la proporción, que tiene la menor ala maior, la misma proporción tiene la cantidad conocida, ala menor cantidad (b) de las dos que se piden.

Porque no es mi intento el aber

(a) II. del 2. de Euclides.

(b) 3. definición del 6. de Euclides.

escrito este, y el siguiente tratado, para en señar, perteniciendo el Juicio de estas materias, a matematicos, capaces, y entendidos en esta ciencia, tengo por superfluo, dilatarme en las operaciones analiticas, que resuelven semejantes questiones, como son las que siguen, y otras que con el mismo metodo sepuiden proponer, suponiendo ande ser manifestas dihas operaciones, al academico que mirare estas proposiciones, escusandole el enfado, y prolixidad, de repetir lo que tiene sabido, sepropondra solamente, lo que mui facilmente allara resuelto, su inteligencia.

*Proposición III.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que la suma de las dos tercera, y quarta sea  $R. 20. \frac{1}{4}$  y multiplicado todas nueve cantidades unas por otras, el producto sea 512. (a) entendiendose siempre que aquella cantidad, que

lla

(a) i. *proposicion*  
4. *ste.*

llamaremos primera, será la mayor, las de mas como figen asta la ultima, que será la menor. Esto es la nona, se allaran ser las dihas nueve cantidades prim. 7.  $\dagger$  R. 45. seg. R. 20.  $\dagger$  4. terc. 3.  $\dagger$  R. 5. quarta R. 5.  $\dagger$  1. quinta 2. sexta R. 5 - 1. sept. 3 - R. 5. octaba R. 20 - 4. y nona 7 - R. 45. (b)

(b) 12. del 5. de Euclides.

*Proposición IV.*

**B**Usquenfe nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que restando la quinta de la quarta, sea la resta R. 45 - 3. y multiplicando la primera con la tercera, y el produto multiplicado por la quinta, lo que viniere multiplicado por la sexta. Y esto que viniere multiplicado por la septima, y vuelto a multiplicar lo que viniere por la nona. Y este produto multiplicado por la mitad de la quin. Sea el produto R. 24488801280 - 69984. (a) Sean las cantidades 21.  $\dagger$  R. 405. prim. R. 180  $\dagger$  12. seg. 9.  $\dagger$  R. 45. tercero R. 45.  $\dagger$  3. quarta 6. quinta R. 45 - 3.

(a) 2. proposición de este.

D 3 se.

(a) 12. del 5. de  
Euclides.

sesta 9 — R. 45. sept. R. 180 — 12. otaba y 21 — R. 405. nona. (a)

*Proposicion V.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que multiplicando la tercera con la septima la raie quadrada del producto sea 4. y multiplicando la prim. con la segunda, lo que viniere multiplicado por la quarta. Vuelto a multiplicar lo que viniere por la sesta, y lo que viniere multiplicado por la octaba, y lo que viniere multiplicado por la nona, y ultimamente multiplicado lo que viniere por la quarta parte de la segunda sea el producto R. 83886080 ÷ 8192. (b) ferrar las cantidades prim. 14. ÷ R. 180. seg. R. 80 ÷ 8. terc. 6 ÷ R. 20. quar. R. 20 ÷ 2. quint. 4. sesta R. 20 — 2. sept. 6. — R. 20. otaba R. 80. — 8. nona 14. — R. 180. (c)

(b) 1. poposition  
deste.

(c) 12. del 5. de  
Euclides.

*Proposicion VI.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que el quadrado de la quarta partido

do a la quinta, el cociente sea 12  $\div$  R.  
80. y multiplicando, la primera por  
la segunda, lo que viniere multiplica-  
do por la tercera, y buelto a  
multiplicar lo que viniere por la  
quinta, lo que viniere multiplica-  
do por la septima. Y lo que vinie-  
re multiplicado por la otava,  
y buelto a multiplicar lo que vi-  
niere por la nona, el producto sea  
2097152. (a) *feran las cantidades* (a) *1. proposicion*  
prim. 28  $\div$  R. 720. seg. R. 320.  $\div$  16. *deste.*  
terc. 12  $\div$  R. 80. quart. R. 80  $\div$  4. quint.  
8. sesta R. 80  $\div$  4. sept. 12  $\div$  R. 80. otava  
R. 320  $\div$  16. nona 28  $\div$  R. 720. (b)

*Proposicion XII.* (b) *12. del 5. de*  
*Euclides.*

**B**Usquense nueve cantidades cō-  
tinuas proporcionales, de modo  
que la raíz quadrada del retrangulo  
contenido de las dos septima, y nona  
sea R. 500.  $\div$  20. y multiplicando la  
primera con la tercera, lo que vinie-  
re multiplicado por la quarta, buel-  
to a multiplicar lo que viniere por  
la sesta, y lo que viniere multiplica-  
do por la septima, lo que viniere

D 4 mul-

multiplicado por la nona; y buelto a multiplicar lo que viniere por la mitad de la otaba sea el producto R.

(a) 2. *proposicion* deste  $125000000000000 - 100000000. (a)$

seran las cantidades prim. 35.  $\dagger$  R. 1125. seg. R. 500.  $\dagger$  20. terc. 15.  $\dagger$  R. 125 quart. R. 125  $\dagger$  5. quint. 10. sesta R. 125-5. sept. 15 - R. 125. otaba R. 500.

(b) 12. del 5. de Euclides.

- 20. nona 35. - R. 1125. (b)

*Proposicion VIII.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que multiplicado la quar. por la sexta, y lo que viniere multiplicado por la quinta la raiz cuba deste producto sea 8. y multiplicando la primera por la segunda, lo que viniere multiplicado por la quarta, buelto a multiplicar lo que viniere por la sexta, esto multiplicado por la otaba, y buelto a multiplicar lo que viniere por la nona. Y en fin multiplicando lo que viniere por la mitad de la quinta, sea el producto (b) 808576. Se allaran ser las cantidades prim. 28  $\dagger$  R. 720. seg.

(a) 2. *proposicion* deste.

R. 320.

*Aritmetica Especulativa.* 55

R. 320 + 16. terc. 12 + R. 80. quar.

R. 80 + 4. quint. 8. sexta R. 80 - 4. sept.

12. - R. 80. otaba R. 320 - 16. nona 28.

- R. 720. (b)

(b) 12. del 5. de  
Euclides.

*Proposicion IX.*

**D**ividase esta cantidad R. 46080

+ 132. en onze partes conti-

nuas proporcionales, de modo que

las dos septima, y otaba sumadas, sea

tanto, como lo que quedare, restando

la quinta de la quarta, y sea la parte

sesta 12. de las onze, que sepiden.

Seran las partes. prim. R. 4500 + 66.

seg. 42 + R. 1620. terc. R. 720 + 24.

quar. 18. + R. 180. quin. R. 180 + 6. sexta

12. sept. R. 180 - 6. otaba 18. - R. 180.

nona R. 720 - 24. decima 42. - R. 1620.

undecima R. 4500 - 66. (b)

(b) 12. del 5. de  
Euclides.

*Proposicion X.*

**D**ividase esta cantidad 88. + R.

2880. en nueve partes conti-

nuas proporcionales, de modo que

multiplicando la segunda con la

quarta, lo que viniere multiplicado

por la sesta, y esto multiplicado por

la

58 *Tratado Tercero*

do del dodecaedro, esto es *R. 60* — *R. 12.* parte mayor de una linea recta, cortada segun la estrema y media proporcion, que es lado del cubo, por la primera proposicion del anteccedente tratado (*b*) se allará el lado del cubo ser *R. 48.* però el diametro de la esfera donde se constituie el cubo, es en potēcia triplo del lado del mismo cubo (*c*) sera el diametro de la esfera *12.* pues conocida la cātidad del diametro de la esfera, sabremos los lados de las quatro restantes figuras solidas (*d*) por las proposiciones *13. 14. 15. y 16.* del terciodecimo de Euclides, esto es los lados de la piramide del otacdro, del cubo, y del icosaedro, tambien se allaran los lados de las dihas figuras por la proposiciō *13* del mismo *13. libro,* (*e*) y en todas las citadas proposiciones se allará la demonstracion. Y se allará ser las cantidades de los lados, las siguientes, lado de la piramide. *R. 96.* lado del otacdro *R. 72.* lado del cubo *R. 48.* lado del ico-

(b) 1. tratado. proposici. 1.

(c) 15. del 13. de Euclides.

(d) 13. 14. 15. 16. del 13. de Euclides.

(e) 18. del 13. de Euclides.

icosaedro  $R.U. 36 \div R. \frac{5184}{5} - R. U. 36.$   
 $- R. \frac{5184}{5}$  lado, que se dio conocido del  
 dodecaedro  $R. 60 - R. 12.$

*Siendo conocido el lado del decagono equiã-  
 gulo, y equilatero, que se describe en el cir-  
 culo, en el qual se describe el triãgulo del  
 icosaedro equiangulo, y equilatero, allar  
 los lados de las cinco figuras solidas e-  
 quiangulas, y equilateras constituidas, y  
 comprecndidas en una misma esfera ca-  
 dauna de porsì, esto es los lados de la pi-  
 ramide, del otaedro, del cubo, del icosae-  
 dro, y de el dodecaedro.*

*Problema II.*

**S**Ea el lado del decagono equian-  
 gulo, y equilatero, que se descri-  
 be en el círculo, en el qual se descri-  
 be el triángulo equilatero del icosa-  
 edro  $6 - R. \frac{36}{5}$  es menester allar los la-  
 dos de las cinco figuras solidas con-  
 stituidas en una misma esfera, cada-  
 una de porsì. Si la linea recta, que se  
 compone del lado del decagono, y  
 del esagono, que se describen en un  
 mis-

do del dodecaedro, esto es *R. 60.* — *R.*

12. parte mayor de una linea recta, cortada segun la estrema y media proporcion, que es lado del cubo, por la primera proposicion del antecede-

(b) 1. *tratad. pro  
posici. 1.*

te tratado (b) se allará el lado del cubo ser *R. 48.* però el diametro de la esfera donde se constituye el cubo, es en potēcia triplo del lado del mismo

(c) 15. *del 13. de  
Euclides.*

cubo (c) sera el diametro de la esfera 12. pues conocida la cātidad del diametro de la esfera, sabremos los lados de las quatro restantes figuras

(d) 13. 14. 15.  
16. *del 13. de  
Euclides.*

solidas (d) por las proposiciones 13. 14. 15. y 16. del terciodecimo de Euclides, esto es los lados de la piramide del otacdro, del cubo, y del icosaedro, tambien se allaran los lados de las dihas figuras por la proposiciō 13

(e) 18. *del 13. de  
Euclides.*

del mismo 13. libro, (e) y en todas las citadas proposiciones se allará la demonstracion. Y se allará ser las cantidades de los lados, las siguientes, lado de la piramide *R. 96.* lado del otacdro *R. 72.* lado del cubo *R. 48.* lado del

ico-

icosaedro  $R.U. 36 \div R. \frac{5184}{5} - R.U. 36.$   
 $-R. \frac{5184}{5}$  lado, que se dio conocido del  
 dodecaedro  $R. 60 - R. 12.$

*Siendo conocido el lado del decagono equi-  
 angulo, y equilatero, que se describe en el cir-  
 culo, en el qual se describe el triángulo del  
 icosaedro equiangulo, y equilatero, allar  
 los lados de las cinco figuras solidas e-  
 quiangulas, y equilateras constituidas, y  
 comprendidas en una misma esfera ca-  
 da una de porsì, esto es los lados de la pi-  
 ramide, del octaedro, del cubo, del icosae-  
 dro, y de el dodecaedro.*

*Problema II.*

**S**Ea el lado del decagono equian-  
 gulo, y equilatero, que se descri-  
 be en el círculo, en el qual se descri-  
 be el triángulo equilatero del icosa-  
 edro  $6 - R. \frac{36}{5}$  es menester allar los la-  
 dos de las cinco figuras solidas con-  
 stituidas en una misma esfera, cada-  
 una de porsì. Si la linia recta, que se  
 compone del lado del decagono, y  
 del esagono, que se describen en un  
 mis-

do del dodecaedro, esto es *R. 60* - *R. 12*. parte mayor de una linea recta, cortada segun la estrema y media proporcion, que es lado del cubo, por la primera proposicion del antecede-

(b) 1. *tratad. propo-  
fici. 1.*

te tratado (b) se allará el lado del cubo ser *R. 48*. però el diametro de la esfera donde se constituie el cubo, es en potēcia triplo del lado del mismo

(c) 15. *del 13. de  
Euclides.*

cubo (c) sera el diametro de la esfera 12. pues conocida la cātidad del diametro de la esfera, sabremos los lados de las quatro restantes figuras

(d) 13. 14. 15.  
16. *del 13. de  
Euclides.*

solidas (d) por las proposiciones 13. 14. 15. y 16. del terciodecimo de Euclides, esto es los lados de la piramide del otacdro, del cubo, y del icosaedro, tambien se allaran los lados de las dihas figuras por la proposiciō 13

(e) 18. *del 13. de  
Euclides.*

del mismo 13. libro, (e) y en todas las citadas proposiciones se allará la demonstracion. Y se allará ser las cantidades de los lados, las siguientes, lado de la piramide. *R. 96*. lado del otacdro *R. 72*. lado del cubo *R. 48*. lado del

ico-

icosaedro R.U. 36.  $\div R. \frac{5184}{5}$  = R. U. 36.  
 $-R. \frac{5184}{5}$ . lado, que se dio conocido del  
 dodecaedro R. 60—R. 12.

*Siendo conocido el lado del decagono equi-  
 angulo, y equilatero, que se describe en el cir-  
 culo, en el qual se describe el triángulo del  
 icosaedro equiangular, y equilatero, allar  
 los lados de las cinco figuras solidas e-  
 quiangulas, y equilateras constituidas, y  
 comprendidas en una misma esfera ca-  
 dauna de porsì, esto es los lados de la pi-  
 ramide, del octaedro, del cubo, del icosae-  
 dro, y de el dodecaedro.*

*Problema II.*

**S**Ea el lado del decagono equian-  
 gulo, y equilatero, que se descri-  
 be en el círculo, en el qual se descri-  
 be el triángulo equilatero del icosa-  
 edro  $6-R. \frac{36}{5}$  es menester allar los la-  
 dos de las cinco figuras solidas con-  
 stituidas en una misma esfera, cada-  
 una de porsì. Si la linea recta, que se  
 compone del lado del decagono, y  
 del esagono, que se describen en un  
 mis-

do del dodecaedro, esto es *R. 60* - *R. 12*. parte mayor de una linea recta, cortada segun la estrema y media proporcion, que es lado del cubo, por la primera proposicion del antecede-  
 te tratado (b) se allará el lado del cubo ser *R. 48*. però el diametro de la esfera donde se constituie el cubo, es en potēcia triplo del lado del mismo cubo (c) sera el diametro de la esfera *12*. pues conocida la cātidad del diametro de la esfera, sabremos los lados de las quatro restantes figuras solidas (d) por las proposiciones *13. 14. 15. y 16.* del terciodecimo de Euclides, esto es los lados de la piramide del otadro, del cubo, y del icosaedro, tambien se allaran los lados de las dihas figuras por la proposiciō *13* del mismo *13. libro*, (e) y en todas las citadas proposiciones se allará la demonstracion. Y se allará ser las cantidades de los lados, las siguientes, lado de la piramide *R. 96*. lado del otadro *R. 72*. lado del cubo *R. 48*. lado del ico-

(b) *1. tretad. proposici. 1.*

(c) *15. del 13. de Euclides.*

(d) *13. 14. 15. 16. del 13. de Euclides.*

(e) *18. del 13. de Euclides.*

icosaedro R.U. 36.  $\div R. \frac{5184}{5}$  = R. U. 36.  
 $-R. \frac{5184}{5}$  lado, que se dio conocido del  
 dodecaedro R. 60—R. 12.

*Siendo conocido el lado del decagono equi-  
 angulo, y equilatero, que se describe en el cir-  
 culo, en el qual se describe el triángulo del  
 icosaedro equiangular, y equilatero, allar  
 los lados de las cinco figuras solidas e-  
 quiangulas, y equilateras constituidas, y  
 comprendidas en una misma esfera ca-  
 da una de porsì, esto es los lados de la pi-  
 ramide, del otaedro, del cubo, del icosae-  
 dro, y de el dodecaedro.*

*Problema II.*

**S**Ea el lado del decagono equian-  
 gulo, y equilatero, que se descri-  
 be en el circulo, en el qual se descri-  
 be el triangulo equilatero del icosa-  
 edro  $6-R. \frac{36}{5}$  es menester allar los la-  
 dos de las cinco figuras solidas con-  
 stituidas en una misma esfera, cada-  
 una de porsì. Si la linea recta, que se  
 compone del lado del decagono, y  
 del esagono, que se describen en un  
 mis-

multiplicado por la nona; y buelto a multiplicar lo que viniere por la mitad de la otaba sea el producto *R.*

(a) 2. *propoficion* deste  $125000000000000 - 100000000.$  (a)

seran las cantidades prim. 35.  $\dagger$  *R.* 1125. seg. *R.* 500.  $\dagger$  20. terc. 15.  $\dagger$  *R.* 125. quart. *R.* 125  $\dagger$  5. quint. 10. sesta *R.* 125-5. sept. 15 - *R.* 125. otaba *R.* 500.

(b) 12. del 5. de *Euclides.* - 20. nona 35. - *R.* 1125. (b)

*Propoficion VIII.*

**B**Usquense nueve cantidades continuas proporcionales, de modo que multiplicado la quar. por la sexta, y lo que viniere multiplicado por la quinta la raíz cuba deste producto sea 8. y multiplicando la primera por la segunda, lo que viniere multiplicado por la quarta, buelto a multiplicar lo que viniere por la sexta, esto multiplicado por la otaba, y buelto a multiplicar lo que viniere por la nona. Y en fin multiplicando lo que viniere por la mitad de la quinta, sea el producto (b) 808576. Se allaran ser

(a) 2. *propoficion* deste. las cantidades prim. 28  $\dagger$  *R.* 720. seg.

*R.* 320.

*Aritmetica Especulativa.* 55

R. 320 + 16. terc. 12 + R. 80. quar.

R. 80 + 4. quint. 8. sexta R. 80 - 4. sept.

12. - R. 80. otaba R. 320 - 16. nona 28.

- R. 720. (b)

(b) 12. del 5. de  
Euclides.

*Proposicion IX.*

**D**ividase esta cantidad R. 46080

+ 132. en onze partes conti-

nuas proporcionales, de modo que

las dos septima, y otaba sumadas, sea

tanto, como lo que quedare, restando

la quinta de la quarta, y sea la parte

sesta 12. de las onze, que sepiden. (a)(a) 1. proposicion

Seran las partes. prim. R. 4500 + 66. deste:

seg. 42 + R. 1620. terc. R. 720 + 24.

quar. 18. + R. 180. quin. R. 180 + 6. sexta

12. sept. R. 180 - 6. otaba 18. - R. 180.

nona R. 720 - 24. decima 42 - R. 1620.

undecima R. 4500 - 66. (b)

(b) 12. del 5. de  
Euclides.

*Proposicion X.*

**D**ividase esta cantidad 88. + R.

2880. en nueve partes conti-

nuas proporcionales, de modo que

multiplicando la segunda con la

quarta, lo que viniere multiplicado

por la sesta, y esto multiplicado por

la

la otava la raíz quadrada de quadra-  
 (a) *proposition de este* da deste produto sea 8. (a) se allaran  
 fer las partes prim. 28.  $\dagger$  R. 720. seg.  
 R. 320.  $\dagger$  16. terc. 12.  $\dagger$  R. 80. quar. R.  
 80  $\dagger$  4. quin. 8. sexta R. 80. - 4. septim.  
 12. - R. 80. otava R. 320. - 16. nona 28.

(b) 12. del 5. de - R. 720. (b) *Enclides.*

Diversas otras questionnes se pue-  
 den proponer sacadas de las infinitas  
 propiedades de semejantes canti-  
 dades. arto mas arduas, y intrincadas,  
 que las que aqui se proponen, sedē-  
 jan ala inteligencia del curioso, por-  
 que deseó acer mai brebe este discus-  
 so, fiendolo que valta para mi inten-  
 to. Advirtiendō que la progreſſion  
 de cantidades proporcionales se pue-  
 de allar en infinito; con el mismo  
 metodo, y obrar con ellas segun sus  
 propiedades lo que se quisiere, y mul-  
 tiplicar las unas por otras, que aun-  
 que sean munhas mas, se resuelbe  
 el quisto con la misma facilidad.

# TRATADO TERCERO

## GEOMETRIA

### PRACTICA.

*Si en una propuesta esfera sean constituidas y comprendidas cinco figuras solidas, equiángulas, y equilateras. Cada una de por sí, esto es la piramide, el ottaedro, el cubo, el icosaedro, y el dodecaedro. Conocido el lado del dodecaedro allar las cantidades de los lados de las restantes quatro figuras solidas.*

#### Problema I.

**S**Ea el lado del dodecaedro equiángulo, y equilatero. cōstituido, y cōpreēdido en la misma esfera. *R.* 60. — *R.* 12. es menester allar los lados de las restantes quatro figuras solidas equiángulas, y equilateras constituidas, y comprendidas en la misma esfera: el lado del dodecaedro es parte mayor, cortado segun la estrema, y media proporcion el lado del cubo: Cōstituido en la misma esfera, que está el dodecaedro (a) pues siendo el lado

(a) Corolario de la 17. del 13. de Euclides.

do

do del dodecaedro, esto es *R. 60* - *R. 12*. parte mayor de una linea recta, cortada segun la estrema y media proporcion, que es lado del cubo, por la primera proposicion del antecedē-

(b) 1. *tr. ad. pro*  
*posici. 1.*

te tratado (b) se allará el lado del cubo ser *R. 48*. però el diametro de la esfera donde se constituye el cubo, es en potēcia triplo del lado del mismo

(c) 15. *del 13. de*  
*Euclides.*

cubo (c) sera el diametro de la esfera 12. pues conocida la cātidad del diametro de la esfera, sabremos los lados de las quatro restantes figuras

(d) 13. 14. 15.  
16. *del 13. de*  
*Euclides.*

solidas (d) por las proposiciones 13. 14. 15. y 16. del terciodecimo de Euclides, esto es los lados de la piramide del octaedro, del cubo, y del icosaedro, tambien se allaran los lados de las dihas figuras por la proposiciō 13

(e) 18. *del 13. de*  
*Euclides.*

del mismo 13. libro, (e) y en todas las citadas proposiciones se allará la demonstracion. Y se allará ser las cantidades de los lados, las siguientes, lado de la piramide. *R. 96*. lado del octaedro *R. 72*. lado del cubo *R. 48*. lado del

ico-

icosaedro R.U. 36.  $\div$  R.  $\frac{5184}{5}$  = R. U. 36.  
 -R.  $\frac{5184}{5}$  lado, que se dio conocido del  
 dodecaedro R. 60-R. 12.

*Siendo conocido el lado del decagono equian-  
 gulo, y equilatero, que se describe en el cir-  
 culo, en el qual se describe el triángulo del  
 icosaedro equiangulo, y equilatero, allar  
 los lados de las cinco figuras solidas e-  
 quiangulas, y equilateras constituidas, y  
 comprendidas en una misma esfera ca-  
 da una de porsì, esto es los lados de la pi-  
 ramide, del octaedro, del cubo, del icosae-  
 dro, y de el dodecaedro.*

*Problema II.*

**S**Ea el lado del decagono equian-  
 gulo, y equilatero, que se descri-  
 be en el círculo, en el qual se descri-  
 be el triángulo equilatero del icosa-  
 edro 6-R.  $\frac{36}{5}$  es menester allar los la-  
 dos de las cinco figuras solidas con-  
 stituidas en una misma esfera, cada-  
 una de porsì. Si la linia recta, que se  
 compone del lado del decagono, y  
 del esagono, que se describen en un  
 mis-

60 *Traçado Tercero*

misimo circulo . Se corta segun la estema, y media proporcion. La parte mayor es el lado del esagono , y la menor es al lado del decagono (a) pues si el lado del decagono es  $6 - R$ .

(a) 9. del 13. de Euclides.

$\frac{36}{5}$  esto es la parte menor de una linea recta cortada segun la estrema, y media proporcion, por la proposicion segunda del segundo tratado (b) se allará la parte mayor esto es  $R. \frac{144}{5}$  lado

(b) 2. tratado proposic. 2.

del esagono descrito en el mismo circulo, que el decagono, y es igual el lado del esagono al semidiametro del circulo, en que está descrito (c) luego la cantidad del semidiametro del circulo tambien es  $R. \frac{144}{5}$  y el diametro de la

(c) Corolario de la 15. del 4. de Euclides:

esfera es en potencia quintuplo del semidiametro del circulo , en que se describe el triangulo del icosaedro, (d) y el decagono de quien se pone el lado conocido . Será el diametro de la esfera 12. el qual se compone de dos lados del diho decagono , y de un lado

(d) Corolario de la 16. del 13. de Euclides .

do del efagono descritos en el diho  
 mismo circulo. (a) Conocida en efe-  
 cto la cantidad del diametro de la  
 esfera, se allaran los lados de las cinco  
 figuras solidas equianguas, y equi-  
 lateras constituidas en ella, cada una  
 de por si, por las proposiciones 13. 14.  
 15. 16. y 17. del 13. de Euclides (b) en  
 lasquales se verà la demostracion: y  
 tambien se allaran los lados por la 18.  
 del mismo, (g) y la demostracion: Las  
 canridades de los lados son las mes-  
 mas de la antecedente, por ser tam-  
 bien el diametro de la esfera 12.

(c) Corolario de  
 la 16. del 13. de  
 Euclides

(f) 13. 14. 15.  
 16. y 17. del  
 18. de Euclides

(g) 18. del 13. de  
 Euclides.

Si en el circulo es descrito el pentagono equi-  
 angulo, y equilatero Siendo cocida la can-  
 tidad de la linea recta sotopuesta a dos  
 lados consicativos del pentagono. Cono-  
 cer la cantidad del lado del diho penta-  
 gono, y el diametro del circulo en el qual  
 està descrito.

Problema III.

**S**Ea la linea recta sotopuesta a dos  
 lados cõsicutibos del pentagono  
 equiangulo, y equilatero descrito en  
 el circulo 8. es menester allar la can-

ti-

tividad del lado del dihopentagono, y la del diametro del circulo en que està descrito. la lin. recta sotopuesta a dos lados cõsicutivos del pētagono equi-  
 āgulo, y equilatcro descrito en el circulo. Cortada segū la estrema, y media proporcion la parte mayor es la-

(a) 8. del 13. de  
 Euclides.

do del diho pētagono (a) Cortese esta linia recta segun la estrema, y media proporcion (b) su parte mayor R. 80.

(b) 30. del 6. de  
 Euclides.

—4. serà el lado del pentagono; y los quadrados de la misma linia recta opuesta a dos lados cõsicutivos del pētagono. y del lado del pētagono. juntos (c) sō quintuplo del quadrado del semidiametro del mismo circulo, en que està descrito el pentagono luego el semidiametro del circulo es R. U.

(c) 2. del 14. de  
 Euclides.

16. +  $R. \frac{1024}{5}$  — R. U. 16. —  $R. \frac{1024}{5}$  su duplo es diametro, la demostracion se verà en las citadas al margen.

Co.





*Conocida la difrencia, que ai del lado del decagono equianguulo, y equilatero. Al lado del esagono equianguulo, y equilatero descritos en un mismocirculo. Allar el lado del pentagono equianguulo, y equilatero descrito en el mismo circulo, y su diametro.*

*Problema IV.*

**L**A difrencia del lado del decagono, al lado del esagono equianguulos, y equilateros descritos en un mismo circulo. Sea 6 - R. 20. es menester allar el lado del pentagono equianguulo, y equilatero descrito en el mismo circulo.

El lado del esagono, y del decagono, equianguulos, y equianguulos juntos forman una linea recta cortada segun la estrema, y media proporcion. La porcion mayor es el lado del esagono. La porcion menor es lado del decagono (a) equianguulos, y equilateros descritos en un mismo circulo.

(a) 9. del 13. do  
Euclides.

E

Y el

Y el lado del esagono es igual al semidiametro del mismo circulo. (b)

(c) Corolario de la 13. del 4. de Euclides:

(b) 2. tratado proposic. 2.

Pues por la proposicion segunda del antecedente tratado (c) se allará ser el lado del esagono 4. el lado del decagono  $R.20. - 2$ . Y siendo igual el lado del esagono al semidiametro del circulo, en que está descrito. Será el diametro de dicho circulo 8. Con que conocido el diametro del circulo, se allará fácilmente el lado del pentagono equiangulo, y equilatero descrito en el mismo circulo, porque juntos los quadrados de un lado del esagono, y de un lado del decagono, equiangulos, y equilateros, descritos en un circulo. Son iguales al quadrado del lado del pentagono equiangulo, y equilatero descrito en el mismo

(d) 10. del 13. de Euclides.

circulo. (d) Allaremos ser el lado del pentagono equiangulo, y equilatero descrito en el mismo circulo.  $R.U.20 + R.320. - R.U.20. - R.320$ . La demostracion se allará por las proposiciones citadas al margen.

Si

Si en el círculo es descrito el pentagono equiángulo, y equilátero, y la línea recta sotopuesta à dos lados conficutivos del pentagono. Cortada segun la estrema, y media proporcion. Conoci- da la difrencia de las partes, allar el diametro del círculo, en que està de- scrito el pentagono.

*Problema V.*

**S**Ea descrito el pentagono equian- gulo, y equilátero en un circu- lo. Y la línea recta sotopuesta a dos lados conficutivos del pentagono, sea cortada segun la estrema, y media proporcion. (a) Sea la difrencia de las partes R. 320. y 16. es menester allar el diametro del círculo en que està descrito el dicho pentagono. La parte maior de la línea recta sotopuesta à dos lados conficutivos del pentago- no equiángulo, y equilátero, descrito en un círculo. Cortada segun la estre-

(a) 30. del 6. de Euclides.

(b) 9. del 13. de  
Euclides.  
(c) 2. proposic. del  
tratado 2.

ma, y media proporcion. Es lado del pentagono (b) pues por la proposici<sup>o</sup> 2. del antecedente tratado (c) se allará fer la cantidad de la diha linea recta 8. el lado del pentagono  $R. 80. - 4$ . Però los quadrados, que se acen dela linea recta sotopuesta à dos lados cōficutivos del pentagono, equiangulo, y equilatero descrito en el circulo. Y del lado del mismo pentagono, juntos estos dos quadrados, es el quintuplo del quadrado del semidiametro del mismo circulo, en que està descrito el pentagono (d) con que el quadrado de 8. junto con el quadrado de  $R. 80. - 4$ . es quintuplo del quadrado del semidiametro del circulo. Se allará fer el semidiametro del circulo  $R. U. 16. + R. \frac{256}{5} + R. U. 16. - R. \frac{256}{5}$ . Su duplo será el diametro; y la demostracion se allará por las citadas al margen.

(d) 3. del 14. de  
Euclides.

Si en el circulo sean descritos el triangu-  
gulo, el pentagono, el esagono, y el de-  
cagono, equiangulos, y equilateros,  
siendo el semidiametro de dicho circulo  
cortado segun la estrema, y media  
proporcion, conocida la difrencia de  
las partes. allar las cantidades de los  
lados de las dichas quatro figuras pla-  
nas.

Problema VI.

Cortado el semidiametro de un  
circulo segun la estrema, y me-  
dia proporcion, la difrencia de las  
partes sea  $R:80. - 8.$  es menester allar  
los lados del triangulo del pentago-  
no del esagono, y del decagono equi-  
angulos, y equilateros, descritos en el  
mismo circulo, de quien es semidia-  
metro el que se propone cortado se-  
gun la estrema, y media proporcion,  
por la proposicion 2. del antecedente  
tratado, se allarà ser el semidiametro del dicho circulo 4. (a) luego el la-  
do

(2) proposic. 3. del  
tratado 2.

do del esagono equiángulo, y equilatero descrito en el mismo círculo será 4. (b) y por la misma se allará ser el lado del decagono equiángulo, y equilatero descrito en el mismo círculo. R. 20. ~ 2. porque si el lado del esagono junto con el del decagono, equiángulos, y equilateros descritos en un círculo componen una línea recta cortada segun la extrema, y media proporción. (c) Tambien si la parte maior. Esto es el lado del esagono se corta segun la extrema, y media proporción; la parte maior será yqual al lado del decagono. Esto es a la parte menor de la línea recta cortada de principio (d) pues sabido el diametro del círculo, esto es el duplo del semidiametro. Será conocido lo de mas, que se pide. El quadrado del lado del esagono juto cō el quadrado del lado del decagono, equiángulos, y equilateros descritos en el mismo círculo. Son iguales al quadrado del lado del pentagono equiángulo, y equi-

(b) Corolario de la 15. del 4 de Euclides.

(a) 9. del 13. de Euclides.

(c) 5. del 13. de Euclides.

equilatero, descrito en el mismo círculo, (e) pues será el lado del pentagono  $R.U. 20. + R. 320 - R.U. 20. - R. 320$  (e) 10. del 13. do Euclides. y el lado del triangulo equilatero descrito en el círculo, es en potencia triplo del semidiametro del mismo círculo (f) si del quadrado del semidiametro del círculo multiplicado por 3. se saca la raiz quadrada. Esta será el lado del triangulo equilatero descrito en el mismo círculo: Y será dicha raiz quadrada  $R. 48$ . Esto es el lado del triangulo equilatero. Conque sean allado los lados de las quatro figuras planas equiangulas, y equilateras descritas en un mismo círculo. Esto es lado del triangulo  $R. 48$ . lado del pentagono  $R.U. 20 + R. 320. - R.U. 20. - R. 320$ . lado del esagono 4. y lado del decagono  $R. 20. - 2$ . la demostracion se allará por las citadas al margen. (f) 12. del 13. do Euclides.

Conocida la diferencia, que ai del lado del esagono al lado del decagono, equiangulos, y equilateros, descritos en un circulo, allar la cãtidad de aquella linia recta sotopuesta a dos lados conficutivos del pentagono equiangulo, y equilatero descrito en el mismo circulo.

Problema VII.

**L**A diferencia dellado de esagono al lado del decagono equiangulos, y equilateros descritos en un mismo circulo sea 9. — R. 45. es menester allar la cantidad de la linia recta sotopuesta a dos lados conficutivos del pentagono equiangulo, y equilatero descrito en el mismo circulo por la proposicion 2. del antecedente tratado. (a) Se allaran el lado del esagono 6. y el lado del decagono R. 45. — 3. però el lado del esagono es igual al semidiametro del circulo (b) ferà el diametro del circulo 12. allados los lados del esagono,

(a) propof. 2. del tratado 2.

(b) Corolario de la 15. del 4. de Euclides.

no, y del decagono, equiangulos, y equilateros descritos en el mismo circulo, se allará el lado del pentagono equiangulo, y equilatero tambien descrito en el mismo circulo (c) será *R.U. 45. + R. 1620. - R.U. 45. - R.* (c) 10 del 13. de *Euclides.*  
 1620. y esto es parte maior de la linea recta sotopuesta a dos lados consecutivos del pentagono equiangulo, y equilatero descrito en el circulo (d) cortada segun la estrema, y media proporción, pues por la proposición primera del segundo tratado (e) se allará ser la dicha linea reta sotopuesta a dos lados consecutivos del pentagono equiangulo, y equilatero descrito en el mismo circulo *R.U. 45 + R. 1620. + R.U. 45 - R. 1620.* Tambien se allará dicha linea recta, si del quadrado del diametro del circulo se quita el quadrado del lado del decagono (f) equiangulo, y equilatero, descrito en el, que dará el quadrado de la dicha linea recta, la raiz quadrada será la cantidad de ella, porque esta, y el lado

E 5 del

(g) 31. del 3. de *Euclides.* del decagono forman un angulo recto en la circunferencia del semicirculo (g) donde se describe la demostracion, se allará por las citadas al margen.

*Allar quantas lineas rectas continuas proporcionales se quisiere.*

*Problema VIII.*

(a) 3. del 13. de *Euclides.* **B**Usquense once lineas rectas continuas proporcionales, de modo que el quadrado ehode de la sesta junta con la mitad de la quinta, como si fuera una linea recta. Sea quintuplo del quadrado de la mitad (a) de la quinta. El rectrangulo contenido de las sesta, y otaba, sea igual al quadrado de la septima (b) la suma de las dos otaba, y nona sea 7 + R.45. Advirtiendole, que la primera linea recta de las que se piden, será la mayor, y las demas como siguen por la primera proposicion del segundo

do tratado se allaran ser las cantidades de las rectas. pr. 123.  $\dagger$  R. 15125 segun. R. 5780  $\dagger$  76. terc. 47  $\dagger$  R. 2205 quart. R. 845  $\dagger$  29. quinta. 18  $\dagger$  R. 320. sexta R. 224  $\dagger$  11. septima 7  $\dagger$  R. 45. otaba. R. 20  $\dagger$  4. nona 3  $\dagger$  R. 5. decima R. 5  $\dagger$  1. undecima 2. (c)

(c) 12. del 5. do  
Euclides.

*Problema IX.*

**B**Usquense seis lineas rectas desiguales, de modo que la diferencia que ai de la sexta, a la quarta sea R. 108 - R. 60 (a) que el quadrado de la maior. Esto es de la primera. Este con el quadrado de la segunda en sesquialtera proporcion. (b) Y que el quadrado de la misma primera, y mayor. Este con el quadrado de la tercera en dupla proporcion (c) y asi mismo el quadrado de la misma primera este con el quadrado de la quarta en tripla proporcion. Y cortando de la primera una parte, que el quadrado de ella este con el quadrado de la misma primera en quintupla proporció, y dividiendo lo (d) que quedare, en dos

(a) Corolario de  
la 17. del 13. do  
Euclides.

(b) 13. del 13. do  
Euclides.

(c) 14. del 13. do  
Euclides.

(d) Corolario de  
la 16. del 13. do  
Euclides.

dos partes iguales. El quadrado de aquella parte, que està con el quadrado de toda la linea recta primera, en quintupla proporcion, junto con el quadrado de una de las dos partes iguales, sea igual al quadrado de la quinta linea recta (e) pues por la proposicion segunda del antecedente tratado (f) se allaran ser las seis lineas rectas. primera 12. segunda R. 96. tercera R. 72. quarta R. 48. quinta R. 36 + R.  $\frac{5184}{5}$  - R. 36 - R.  $\frac{5184}{5}$  sexta R. 60 - R. 12. la demostracion se allará por las citadas al margen.

*Problema X.*

**S**Ea cortado el lado medianode un triangulo rectangulo en dos partes desiguales (a) y sea la difrencia de las partes R. 320 - 16. es menester allar las cantidades de los lados del triangulo. de modo que el quadrado eho de la parte mayor, junta con el el lado menor, como si fuese una linea recta (b) sea igual al quadrado de la-

(e) 47. del 1. de  
Euclides.

(f) 2. del tratado 2.

(a) 30. del 6. de  
Euclides.

(b) 47. del 1. de  
Euclides.

lado maior. Y el recträngulo contenido del lado mediano, y la parte menor, junto con el quadrado del lado menor. Sea igual al quadrado de la mitad del lado mediano, junto con el quadrado de la parte mayor, por 2 proposicion segunda del segundo tratado(c). Se allaran ser los lados del triängulo recträngulo lado maior R. 8 o lado mediano 8. lado menor 4. la demonstracion se allará por las citadas al margen.

(c) 2. del tratado 2.

Problema XI.

**E**L lado maior del triangulo escalenootusiängulo, sea cortado (a) en dos partes desiguales. Y sea la difrencia de la parte maior a la menor 6 - R. 20. es menester allar las cantidades de los lados del triangulo otusiängulo, de modo que el recträngulo contenido de los lados maior, y menor del triangulo junto con el quadrado de la parte menor, sea igual al quadrado de la parte menor junto con el quadrado de la parte maior, y la propor-

(a) 30. del 6. de Euclides.

porcion, que tiene el recträngulo contenido de los lados menor, y maior al quadrado del lado mediano, la misma proporcion à de tener el quadrado de la parte maior al mismo quadrado del lado mediano. Sera constituido el triängulo de los lados (b) del decagono (c) del pentagono, y de una linia recta compuesta del lado del decagono, y del esagono equiangulos, y equilateros, descritos todos en el mismo circulo. El tal triangulo serà el que se pide (d) que su lado maior serà  $R.20 + 2$ . Su lado mediano serà  $R.U.20 + R.320 - R.U.20 - R.320$  y su lado menor serà  $R.20 - 2$ . la demostraciõ se allará por las citadas al margen.

*Proalema XII.*

**S**I en el triangulo escaleno acutiängulo, su lado menor sea cortado (a) en dos partes desiguales, y la difrècia de la parte maior a la menor sea  $R.4500 - 66$ , es menester allar las cantidades de los lados del triangulo, de  
mo-

(b) 22. del 1. de Euclides

(c) 9. del 13. de Euclides.

(d) 2. proposicion del tratad. 2.

(a) 30. del 6. de Euclides.

modo que el quadrado del lado menor junto con el quadrado de su mitad, sea igual al quadrado que se aze de la parte maior, y de la mitad del lado menor, como si fuesse una linia recta, y el quadrado del lado menor junto con el quadrado de su mitad sea quintuplo del quadrado de la mitad del lado menor: (b) però el quadrado del lado menor, juto con el quadrado de la parte maior, sea igual al quadrado del lado maior, y el quadrado del lado menor junto con el quadrado de la parte menor, sea igual al quadrado del lado mediano (c) por la segunda proposicion del segundo tratado, se allaran ser las cantidades de los lados [d] lado maior R. U. 900 + R. 25920 = R. U. 900 = R. 25920. lado mediano R. 2160 = R. 1728. lado menor 18. = R. 180. la demostracion se allara por las citadas al margen.

(b) 3. del 15. de Euclides.

(c) 47. del 1.º de Euclides.

(d) proposicion 2 del tratado 2.

Siendo constituidos un paralelogramo rectángulo y un cuadrado: la diferencia del lado mayor del paralelogramo al lado del cuadrado, sea  $R$ . 720 - 24. de modo que el rectángulo contenido de la suma de dos lados mayor, y menor del paralelogramo, y del lado del cuadrado, sea igual al cuadrado del lado mayor del paralelogramo

(a) 11. del 2. de  
Euclides.

(a) y la proporción, que tiene el lado mayor del paralelogramo junto con el lado del cuadrado, como si fuese una línea recta, al lado mayor del paralelogramo. La misma proporción a de tener el mismo lado mayor del paralelogramo al lado del cuadrado

(b) 3. definición  
del 6. de Euclides.

(b) La diferencia dada es parte menor, del lado mayor del paralelogramo

(c) 5. del 13. de  
Euclides.

(c) cortado en dos partes desiguales (d) pues por la proposición segunda del

(d) 30. del 6. de  
Euclides.

segundo tratado (e) se allaran las cantidades de los lados, que seran, lado

(e) 2. tratado  
proposición 2.

mayor del paralelogramo  $R$ . 180 - 6. lado menor del mismo paralelogramo

mo

mo 18 - R. 180. igual al lado del quadrado, la demostracion se verá por las citadas al margen.

*Problema XIV.*

**S**I será constituido un multilatero, ò un campo plano de cinco lados desiguales. Al maior diremos primero, los demas como figen asta el quinto, que será el menor. Y la diferencia, que ai del lado segundo al lado quinto sea 18 - R. 180. de modo que el quadrado de la misma diferencia junto con el quadrado del lado segundo, sea igual al quadrado del lado maior. (a) Y el quadrado eho del lado quinto junto con la diha diferencia, como si fuese una linea recta. Sea igual al quadrado del lado segundo. Y el duplo quadrado del lado quinto sea igua al quadrado del lado tercero (b) Pero el quadrado del lado quinto junto con el quadrado de la sobredicha diferencia, sea igual al quadrado del lado quarto. Y el rectrangulo contenido del lado segundo, y de la

(a) 47. del 1. de Euclides.

(b) 47. del 1. de Euclides.

re-

# 80 Tratado Tercero

referida diferencia, sea igual al quadrado del lado quinto (c) la diferencia dada es parte maior del lado quinto cortado en dos partes desiguales (d) será el lado quinto parte maior del lado segundo (e) cortado tambien (f) pues por las proposiciones següda, y primera del següdo tratado, se allaran los lados (g) segundo, y quinto, los tres primero, tercero; y quarto, se allaran por la proposicion 47. del primero de Euclides, se allaran fer sus cantidades, lado primero  $R. 540 - R. 108$ . lado segundo  $12$ . lado tercero  $R. 360 - R. 72$ . lado quarto  $R. U. 360 + R. 25920 - R. U. 360 - R. 25920$ . lado quinto  $R. 180 - 6$ . la demostracion se verá por las citadas al margen.

o Pudiera continuar el discurso de este tratado, aaciendole mas copioso, con otras munhas, arduas; y bien-esttraordinarias proposiciones. Omito por aora el manifestarlas por dos razones, una por las figuras costosas que

(c) 11. del 2. de Euclides.

(d) 30. del 6. de Euclides.

(e) 5. del 13. de Euclides.

(f) 30. del 6. de Euclides.

(g) proposiciones 1: y 2. del 2. tratado.

que requirẽ sus demostraciones, allã-  
dome con poca conveniencia para  
estos gastos, por lo qual las que en  
este, y el antecedente tratado, sean  
propuesto, son traídas de las mismas  
proposiciones de Euclides para allar  
en ellas mismas las demostraciones  
chas. Y la segunda razones, que con  
este mismo metodo, el entendido,  
que lo estuviere biẽ de los quince li-  
bros de Euclides, y versado en la ana-  
litica, por si mismo discurira en estas  
materias, diversas questionnes munho  
mas elevadas, como esperimentara,  
ejercitandose en esta ciencia.

LAUS DEO.



## *Errores.*

## *Correccion.*

fol. 1. en la citacion (c) por  
toda 3.

fol. 4. reng. 23. trabiendo

fol. 7. reng. 8. se ofrceren.  
y reng. 13. supatan

fol. 8. rēg. 3. y 4. definiziones

fol. 25. reng. 8. ela

fol. 30. reng. 12. restante

fol. 34. reng. 3. fixa

fol. 42. cit. (f) por todo 1.

fol. 52. reng. 7. raie

postolado 2.

traiendo.

se ofrecieren.

suputan.

definiziones.

ella.

el restante.

mobil.

postolado 1.

raiz.







